COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 AVRIL 1883.

PRÉSIDENCE DE M. É. BLANCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. C. Jordan donne lecture de la Note suivante sur les travaux de M. *H.-J.-S. Smith*, lauréat du grand prix de Mathématiques, décédé le 9 février 1883 :

« M. H.-J.-S. Smith, professeur à l'Université d'Oxford, lauréat du grand prix de Mathématiques, est mort le 9 février dernier, et cette triste nouvelle nous est parvenue peu de jours avant l'ouverture du pli cacheté qui renfermait son nom. L'Académie tout entière partagera la douloureuse émotion qu'une perte aussi sensible a inspirée à tous les amis des Mathématiques.

» On commence déjà à préparer, en Angleterre, une édition des Œuvres complètes de cet éminent auteur. Cette publication sera à la fois le meilleur hommage que l'on puisse accorder à son rare talent, et un service rendu aux géomètres, qui trouveront désormais, groupés et facilement accessibles, tant de beaux Mémoires aujourd'hui dispersés.

» Ce serait une tâche difficile que d'essayer d'analyser, même brièvement, un œuvre aussi considérable, où se trouvent réunis des travaux profonds et variés sur les fonctions elliptiques, d'intéressantes recherches

sur les principes du Calcul intégral et sur la théorie des courbes. Nous nous bornerons à dire quelques mots des travaux arithmétiques qui ont fait le principal objet des préoccupations de M. Smith, et constitueront, si nous ne nous trompons, son principal titre aux yeux de la postérité.

» Sous le titre modeste de *Rapport sur la théorie des nombres*, M. Smith avait entrepris une véritable encyclopédie arithmétique, où il devait coordonner et discuter tous les résultats obtenus dans cette science par Legendre, Gauss, Dirichlet, Cauchy, Jacobi, Eisenstein, Hermite, Kummer, Kronecker, etc. Ce grand travail, où la profondeur de l'érudition et la sagacité de la critique méritent une égale admiration, a paru de 1857 à 1865 dans l'*Annuaire de l'Association britannique*. Il n'a pas été terminé, les sections annoncées sur la théorie des formes quadratiques à plus de deux variables et sur les formes de degrés supérieurs n'ayant pas été écrites. Malgré tout le regret que doit inspirer cette lacune, cet Ouvrage n'en est pas moins le monument le plus complet, et de beaucoup, qui ait jamais été élevé à la Théorie des nombres.

» Nous ignorons quelle cause a pu déterminer l'éminent auteur à s'arrêter ainsi dans l'exécution du vaste programme qu'il s'était imposé et qu'il avait rempli jusque-là d'une manière si brillante. Peut-être a-t-il jugé ces branches de la Science encore trop neuves et trop incomplètes pour pouvoir être embrassées dans leur ensemble. Pourtant nul mieux que lui n'était en état de combler les vides qu'elles présentent encore. Il l'avait bien montré dans le beau Mémoire (*Philosophical Transactions*, 1867) où il avait retrouvé, en les complétant, les résultats annoncés par Eisenstein sur la distribution des formes quadratiques ternaires en ordres et en genres. Un peu plus tard, il avait étendu cette théorie aux formes quadratiques à n variables, trouvé les formules qui déterminent le poids d'un genre quelconque et desquelles on déduit comme corollaire le nombre des représentations d'un nombre par une somme de cinq ou de sept carrés. Les principaux résultats de ces vastes recherches se trouvent énoncés dans les *Proceedings* de la Société Royale de Londres, 1868; mais les démonstrations restaient encore cachées, et peut-être aurait-il fallu qu'un autre grand mathématicien vînt encore, vingt ans après, consumer ses veilles à les retrouver une troisième fois, si l'Académie n'avait eu l'heureuse inspiration, en mettant la question au Concours, d'obliger M. Smith à livrer une partie de son secret.

» Le Mémoire qu'elle a reçu de lui en réponse à cet appel constituera, nous n'en doutons pas, un des plus glorieux titres de l'éminent géomètre

d'Oxford. Les résultats qu'il contient, joints à ceux donnés autrefois par notre illustre confrère M. Hermite, éclairciront désormais suffisamment la théorie des formes quadratiques générales, pour qu'on puisse songer à ajouter ce nouveau Chapitre au Rapport de M. Smith. Cette belle tâche l'aurait peut-être tenté lui-même, si la mort ne l'eût prématurément enlevé. »

M. Bertrand demande à l'Académie la permission d'ajouter quelques mots à la lecture qu'elle vient d'entendre.

« La Commission chargée de proposer le sujet du prix de Mathématiques avait demandé aux concurrents l'étude d'un théorème énoncé, il y a près de quarante ans, par l'illustre géomètre Eisenstein, enlevé à la Science avant d'en avoir publié la démonstration.

» Un seul Mémoire depuis la mort d'Eisenstein avait été consacré à cette difficile question : il était de M. Smith et, comme celui d'Eisenstein, contenait l'énoncé seulement des résultats principaux. Si le concours proposé par l'Académie n'était pas venu reporter l'attention de M. Smith vers ces recherches déjà anciennes, il n'aurait, de même qu'Eisenstein, légué sur ce sujet aux géomètres qu'une énigme difficile à déchiffrer.

» Sur les trois Mémoires présentés au concours, le premier a été écarté comme insuffisant.

» Le deuxième suivait exactement la marche tracée par M. Smith et donnait la démonstration de ses énoncés; celui des Commissaires qui a accepté la tâche d'en faire l'examen a pu, sur ces indices, deviner le nom de l'auteur. Peu importait, d'ailleurs, que le Mémoire fût de M. Smith ou inspiré par le travail depuis longtemps livré au public par le savant professeur d'Oxford : il méritait incontestablement le prix.

» Un troisième Mémoire résolvait la question ; il était difficile que deux géomètres assez habiles pour parcourir ce terrain élevé, mais un peu étroit, ne s'y rencontrassent pas sur plus d'un point. Les méthodes avaient de l'analogie, mais chaque Mémoire portait la marque d'un esprit original et distingué; tous deux étaient excellents et il semblait impossible de donner à l'un d'eux le second rang.

» Les deux Mémoires seront publiés, et l'Académie se félicitera d'avoir donné à leurs savants auteurs, l'un à la fin, l'autre au début de sa carrière, l'occasion de montrer les ressources d'un esprit ingénieux et la preuve, inscrite à chaque page, d'une science étendue et profonde. »

ASTRONOMIE. — *Deux méthodes nouvelles pour la détermination des ascensions droites des étoiles polaires et de l'inclinaison de l'axe d'un méridien au-dessus de l'équateur.* Note de M. Lœwy.

« Depuis que, vers la fin du XVII[e] siècle, Rœmer eut l'heureuse inspiration de proposer l'installation de lunettes dans le plan méridien, les observations méridiennes sont devenues la base principale des travaux dans les grands observatoires.

» En effet, elles sont destinées à fournir dans l'espace, avec la plus haute précision qu'il soit possible d'atteindre, des points de repère désignés sous le nom d'*étoiles fondamentales,* et par rapport auxquels on détermine la position des autres astres qui peuplent la voûte céleste.

» Ces observations n'ont pas seulement pour but de nous fournir, pour une époque donnée, la Carte du ciel, mais elles doivent, étant faites à des époques différentes, nous conduire par leur comparaison à la connaissance du mouvement des astres et des lois qui président à ces mouvements.

» De plus, à côté de ces études qui contribuent à élargir l'horizon des connaissances humaines et semblent, à première vue, ne présenter qu'un intérêt purement théorique, les observations méridiennes offrent à chaque pas des applications variées et d'une utilité toute pratique. Il importe donc de les effectuer avec une exactitude aussi rigoureuse que possible.

» Mais quand on veut atteindre la précision la plus absolue, on se heurte contre des obstacles insurmontables, inhérents à l'imperfection de nos moyens et de nos organes. On est astreint, dans les bornes de la réalité, à n'atteindre pour l'exactitude que les dernières limites possibles. L'astronome doit tenir compte des diverses causes d'erreurs provenant du milieu dans lequel il se trouve placé et de la construction des instruments, quelle que soit d'ailleurs l'habileté de l'artiste qui les a construits ; il a de plus à se prémunir contre la variabilité de ses sens propres.

» Par une série de méthodes poursuivies depuis le commencement du siècle surtout, on est arrivé à pouvoir mesurer l'influence de la plupart de ces causes d'erreurs, ou à se placer dans des conditions qui permettent de les annuler ou de les réduire dans des proportions notables. Pour ce qui concerne la construction des instruments, on a, en effet, imaginé des méthodes très précises pour reconnaître rigoureusement la forme des tourillons et la variation que la lunette peut faire subir à la ligne de visée durant la rotation. On a également cherché, pour ce qui concerne l'observateur,

à évaluer numériquement cet élément physiologique connu sous le nom d'*équation personnelle*.

» Mais, tandis qu'on a trouvé des méthodes d'évaluation pour quelques-uns de ces éléments, dont l'influence est tellement faible parfois que l'on peut la négliger, on ne possède encore aujourd'hui qu'une méthode fort imparfaite pour l'une des constantes fondamentales, l'azimut qui intervient dans tout travail effectué avec des instruments méridiens.

» Si la lunette était bien orientée, le plan décrit par son axe optique coïnciderait invariablement pendant toute la rotation avec le plan du méridien, et son axe de rotation se trouverait sur une ligne passant rigoureusement à l'est et à l'ouest par les points d'intersection de l'équateur et de l'horizon; mais, comme il est impossible d'obtenir une orientation parfaite, il arrive que le plan instrumental s'écarte plus ou moins sensiblement du méridien, et il devient alors nécessaire, dans toute recherche, de déterminer avec précision sa véritable position, c'est-à-dire l'azimut et l'inclinaison, ou, ce qui conduit au même résultat, l'inclinaison de l'axe instrumental par rapport à l'horizon et par rapport à l'équateur.

» Nous avons un moyen physique pour évaluer l'inclinaison d'un axe au-dessus ou au-dessous de l'horizon, mais nous n'avons aucune méthode permettant de mesurer directement la variation azimutale ou l'inclinaison d'un axe au-dessus de l'équateur; rien, dans la nature, ne nous indique en effet la position occupée dans l'espace, à un instant quelconque, par l'équateur ou le méridien.

» De là résulte une difficulté considérable pour la recherche des ascensions droites des étoiles polaires.

» Les astronomes ont alors recours, pour l'orientation des instruments, à un procédé qui consiste à rechercher par des observations astronomiques l'inclinaison de l'axe au-dessus de l'équateur.

» Supposant connue l'ascension droite d'un certain nombre d'étoiles polaires, on les observe à l'instant de leur passage au méridien, et de l'avance ou du retard de ces astres sur l'heure fournie par leur ascension droite, en tenant compte de l'ensemble des causes qui peuvent provoquer la différence constatée, on conclut la position de l'axe instrumental par rapport à l'équateur.

» On peut voir de suite, par ce court exposé, le caractère trop imparfait et trop empirique du procédé, et la difficulté du problème.

» Les instruments méridiens sont en effet destinés à nous fournir la position qu'occupent les astres dans l'espace; comment alors supposer

connues les coordonnées des étoiles polaires qui doivent servir de repères? Il y a là une *difficulté très sérieuse* à surmonter; on y arrive pourtant, mais la méthode employée présente des inconvénients fort nombreux.

» On observe les polaires, si cela est possible, deux fois dans la même journée, à un intervalle de douze heures, à l'époque de la culmination supérieure et à celle de la culmination inférieure; on arrive alors, en tenant compte des variations survenues dans la position de l'étoile, dans celle de l'instrument et dans le mouvement horaire, à connaître, indépendamment de la position de l'axe instrumental, l'ascension droite de l'astre.

» Cette méthode offre les inconvénients suivants :

» 1° Les étoiles polaires observables deux fois dans la même journée à un intervalle de douze heures sont très rares. La faiblesse de leur éclat empêche de les voir au moment de leur passage de jour au méridien. Cette difficulté est si grande que dans beaucoup d'observatoires on ne détermine la position absolue que d'une seule étoile, de α Petite Ourse, le plus brillant de ces astres; même dans ce cas, le nombre de doubles passages qu'on peut observer dans une année est fort restreint, à cause des variations survenues dans l'état du ciel durant l'espace de douze heures.

» 2° Dans l'intervalle de douze heures tout se modifie, la position de l'astre, la marche de la pendule, la situation de l'instrument, et souvent l'observateur n'est plus le même.

» 3° Dans toute soirée de beau temps, on peut procéder à *la détermination* des coordonnées d'un astre quelconque; mais, comme on est obligé de se servir des étoiles polaires comme repères, il est impossible dans cette soirée de déterminer la position de celles que l'on a choisies et que l'on prend pour base, si l'on ne veut pas s'enfermer dans un cercle vicieux. C'est encore une des raisons qui font que les observations obtenues pour établir la vraie position de ces étoiles polaires sont peu nombreuses dans une année.

» 4° Au lieu de posséder par ces repères, comme cela serait nécessaire, plus de données et de méthodes dont la précision soit supérieure, on se trouve au contraire, comme on voit, dans des conditions plus défavorables, et, quand on détermine au moyen de ces polaires la situation du plan instrumental, on obtient souvent des valeurs tout à fait différentes, suivant qu'on a choisi l'une ou l'autre de ces étoiles; il faut donc déduire les résultats à l'aide d'une constante azimutale entachée d'une erreur assez notable : aussi les astronomes cherchent-ils dans les observations de haute précision, comme, par exemple, la détermination des longitudes, à se placer

dans des conditions qui leur permettent d'échapper aux erreurs provenant de l'azimut employé, mais il est dans la plupart des investigations impossible d'éviter cette difficulté.

» J'ai imaginé une méthode qui permet de trouver à tout instant l'inclinaison de l'axe au-dessus de l'équateur, ce qui était impossible jusqu'à présent, et de conclure l'azimut d'une manière absolue, indépendamment des coordonnées des astres qui servent à l'observation. On peut aussi, sans difficulté aucune, déterminer la position absolue du plan instrumental par rapport au méridien.

» On était obligé, comme je l'ai indiqué précédemment, de se borner à l'étude de deux ou trois étoiles polaires, pour en conclure, au moyen des passages supérieur et inférieur, la position en ascension droite : pouvant, grâce à la nouvelle méthode, déterminer la position absolue du plan instrumental par rapport au méridien, il est facile, dans chaque soirée, d'obtenir cette coordonnée pour autant de polaires que l'on voudra et avec une précision supérieure à celle de la méthode ordinaire.

» Voici le principe de la méthode nouvelle : avec tout instrument méridien on peut mesurer la hauteur d'un astre au-dessus de l'équateur ou sa déclinaison; on peut également trouver son ascension droite en notant l'heure de son passage au méridien, et déterminer en outre la distance de cet astre au plan instrumental, au moyen du fil mobile en ascension droite placé dans le micromètre.

» En dirigeant la lunette vers le pôle, on voit défiler dans une nuit plusieurs centaines d'étoiles entre la 10e et la 2e grandeur. Cent trente environ, comme on le trouve noté dans le Catalogue d'Argelander, sont comprises entre la 9e,5 grandeur et la 2e, et renfermées dans une zone qui ne s'étend pas au delà de $1°40'$ du pôle : ces étoiles étant observables toute la nuit, on a donc à tout instant la possibilité de déterminer, pour l'une ou l'autre d'entre elles, la déclinaison et sa distance au plan instrumental.

» Je me suis demandé si, en comparant la variation survenue dans ces coordonnées par suite du mouvement diurne de la Terre, la désorientation de la lunette ne se ferait pas sentir et ne fournirait pas le moyen d'évaluer l'inclinaison de l'axe instrumental au-dessus de l'équateur.

» Il y a trois rapports qui varient avec le temps écoulé :

» 1° Le rapport entre la distance au plan instrumental et la déclinaison;

» 2° Le rapport entre cette distance et le temps;

» 3° Le rapport entre le temps et la déclinaison instrumentale.

» J'ai établi, pour ces trois cas, les équations de condition en examinant les variations que subissent ces rapports par la désorientation de l'instrument, et l'analyse des formules m'a montré que l'on peut, par l'observation, déterminer au moyen de deux méthodes l'élément cherché; mais la première méthode est celle qui réunit surtout les conditions théoriques et pratiques exigées pour la solution complète du problème.

» La première méthode repose sur le principe suivant, auquel l'analyse conduit, à savoir que, lorsque le chemin parcouru par l'astre dans une direction perpendiculaire au plan instrumental est égal à la distance polaire apparente de l'astre, on peut avec précision déterminer l'inclinaison de l'axe instrumental par les variations qui se manifestent entre la déclinaison apparente et la distance par rapport au plan instrumental. Et cette condition se trouve réalisée une heure quarante-six minutes avant et après le passage de l'astre au méridien; car, dans cet intervalle, le chemin parcouru est, à peu de chose près, égal à la distance polaire apparente. On pourrait donc choisir, pour la mesure de cette inconnue, des étoiles assez éloignées du pôle; mais l'étendue du champ de la lunette ne permettant pas plus de soixante-dix minutes d'observation, on est donc obligé de recourir uniquement aux étoiles se trouvant dans la zone polaire d'une étendue d'environ $1^\circ 40'$.

» Dans un champ légèrement éclairé, on peut, même avec une lunette dont l'objectif n'a que $0^m,09$ de diamètre, observer les étoiles polaires jusqu'à la 10e grandeur. Dirigeant la lunette vers le pôle, on choisit, à un instant quelconque, parmi les astres qui passent entre le pôle et $1^\circ 40'$, celui qui est le plus brillant et se trouve encore à $1^h 46^m$ avant son passage au méridien. J'indiquerai ultérieurement le procédé très simple qui permet immédiatement de reconnaître quand cette condition se trouve remplie. On effectue alors simultanément, en ascension droite et en distance polaire, deux séries de dix pointés, séparées par un intervalle de cinq minutes, sans qu'il soit nécessaire de marquer le temps.

» Cette opération terminée, on se livre aux observations ordinaires; puis, après un intervalle de trois heures et demie, c'est-à-dire une heure quarante-six minutes après le passage au méridien, on répète la double série de dix pointés sur la même étoile.

» En comparant les résultats nouveaux à ceux obtenus déjà, on détermine l'inclinaison de l'axe instrumental au-dessus de l'équateur.

» La valeur cherchée ne se trouve entachée d'aucune erreur systématique, si l'on se place dans des conditions très faciles à réaliser, et que

j'indiquerai plus loin ; elle ne sera affectée que d'une très légère inexactitude provenant des pointés.

» On peut donc, par l'augmentation du nombre des pointés, porter la précision aussi loin que possible et obtenir cette valeur à 0,01 de seconde de temps près.

» Si nous désignons respectivement par τ' et τ'' l'angle horaire de la première et de la seconde observation, par δ' et δ'' la déclinaison instrumentale correspondante, par Δ' et Δ'' les distances au plan instrumental mesurées par la vis en ascension droite, par $90+m$ l'angle horaire de l'axe instrumental et par n sa déclinaison au-dessus de l'équateur, par δ la véritable déclinaison de l'astre, I l'inclinaison du fil mobile horizontal, on aura les expressions suivantes en considérant le triangle formé par le pôle, la position occupée dans l'espace par l'astre au moment de l'observation et le point où l'axe instrumental coupe la sphère céleste :

$$(a)\qquad \sin\delta = -\sin n\sin\Delta' + \cos n\cos\Delta'\sin(\delta'+x'),$$

$$(a')\qquad \sin\delta = -\sin n\sin\Delta'' + \cos n\cos\Delta''\sin(\delta''+x''),$$

$$(b)\qquad \cos(\tau'-m)\cos\delta = \cos\delta'\cos\Delta',$$

$$(b')\qquad \cos(\tau''-m)\cos\delta = \cos\delta''\cos\Delta'',$$

$$(c)\qquad \sin(\tau'-m)\cos\delta = \cos n\sin\Delta' + \sin n\cos\Delta'\sin(\delta'+x'),$$

$$(c')\qquad \sin(\tau''-m)\cos\delta = \cos n\sin\Delta'' + \sin n\cos\Delta''\sin(\delta''+x''),$$

$$\sin x' = \sin\Delta'\sin \mathrm{I},\qquad \sin x'' = \sin\Delta''\sin \mathrm{I};$$

en regardant I comme une quantité positive lorsque la partie orientale du fil est la plus élevée.

» Par la combinaison de a avec a', on obtient successivement

$$\tan n(\sin\Delta''-\sin\Delta') = \cos\Delta''\sin(\delta''+x'') - \cos\Delta'\sin(\delta'+x'),$$

$$\begin{aligned}
&\tan n\sin\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\cos\frac{\Delta''+\Delta'}{2}\\
&= \cos\frac{\Delta''+\Delta'}{2}\cos\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\left(\sin\frac{\delta''-\delta'}{2}\cos\frac{x''-x'}{2}+\cos\frac{\delta''-\delta'}{2}\sin\frac{x''-x'}{2}\right)\\
&\quad\times\left(\cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\cos\frac{x''+x'}{2}-\sin\frac{\delta''+\delta'}{2}\sin\frac{x''+x'}{2}\right)\\
&\quad-\sin\frac{\Delta''+\Delta'}{2}\sin\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\left(\sin\frac{\delta''+\delta'}{2}\cos\frac{x''+x'}{2}+\cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\sin\frac{x''+x'}{2}\right)\\
&\quad\times\left(\cos\frac{\delta''-\delta'}{2}\cos\frac{x''-x'}{2}-\sin\frac{\delta''-\delta'}{2}\sin\frac{x''-x'}{2}\right),
\end{aligned}$$

et finalement

$$\begin{aligned}\operatorname{tang} n = \cot\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\Big(&\sin\frac{\delta''-\delta'}{2}\cos\frac{x''-x'}{2}\cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\cos\frac{x''+x'}{2}\\ &+\cos\frac{\delta''-\delta'}{2}\sin\frac{x''-x'}{2}\cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\cos\frac{x''+x'}{2}\\ &-\sin\frac{\delta''-\delta'}{2}\cos\frac{x''-x'}{2}\sin\frac{\delta''+\delta'}{2}\sin\frac{x''+x'}{2}\\ &-\sin\frac{\delta''+\delta'}{2}\cos\frac{\delta''-\delta'}{2}\sin\frac{x''-x'}{2}\sin\frac{x''+x'}{2}\Big)\\ -\operatorname{tang}\frac{\Delta''+\Delta'}{2}\Big(&\sin\frac{\delta''+\delta'}{2}\cos\frac{x''+x'}{2}\cos\frac{\delta''-\delta'}{2}\cos\frac{x''-x'}{2}\\ &+\cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\sin\frac{x''+x'}{2}\cos\frac{\delta''-\delta'}{2}\cos\frac{x''-x'}{2}\\ &-\sin\frac{\delta''+\delta'}{2}\cos\frac{x''+x'}{2}\sin\frac{\delta''-\delta'}{2}\sin\frac{x''-x'}{2}\\ &-\sin\frac{\delta''-\delta'}{2}\sin\frac{x''-x'}{2}\cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\sin\frac{x''+x'}{2}\Big).\end{aligned}$$

» L'inclinaison I ne dépasse jamais quelques minutes d'arc, et si l'on considère qu'il s'agit ici d'étoiles dont la distance au pôle n'excédera jamais $1°40'$, que $\delta''-\delta'$ a pour valeur maximum $90-\delta$, mais sera en réalité toujours presque zéro, que $\cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\cot\frac{\Delta''+\Delta'}{2}$ est peu différent de l'unité; si l'on tient compte, en outre, que les observations doivent être faites presque symétriquement des deux côtés du méridien, de manière que $\Delta''+\Delta'$ n'aura qu'une très faible valeur, on arrive alors à la relation suivante :

$$\begin{aligned}\operatorname{tang} n = &\sin\frac{\delta''-\delta'}{2}\cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\cot\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\\ &-\sin\frac{\delta''+\delta'}{2}\operatorname{tang}\frac{\Delta''+\Delta'}{2}-\sin I\sin\frac{\delta''+\delta'}{2}.\end{aligned}$$

Mais dans tous les cas pratiques, n étant une petite quantité, on peut aussi écrire, en appelant P′ et P″ les deux distances polaires instrumentales,

$$n=\frac{P'-P''}{\Delta''-\Delta'}\frac{P'+P''}{2}-\cos\frac{P'+P''}{2}\left(\frac{\Delta''+\Delta'}{2}\right)-I\sin\frac{P'+P''}{2}.$$

» Soient maintenant l' et l'' les lectures obtenues avec le fil mobile d'ascension droite pour les polaires, et v_0 la lecture du fil mobile correspondant à la position du fil idéal pour le point du champ où la collimation est

nulle; la ormule devient

$$n = \frac{P' - P''}{l'' - l'} \frac{P' + P''}{2} - \cos\frac{P' + P''}{2}\left(\frac{l' + l''}{2} - v_0\right) - I \sin\frac{P' + P''}{2}.$$

» On reconnaît immédiatement que la valeur de n peut se déterminer avec une très grande précision lorsque la valeur de $\frac{P' + P''}{2(l'' - l')}$ devient égale à l'unité, c'est-à-dire quand le chemin parcouru par la vis en ascension droite est égal à la distance polaire instrumentale, et cette condition sera facile à réaliser, comme on le verra ultérieurement, quand on observe une étoile comprise dans la zone polaire de 1°40′ et dans un intervalle de trois heures et demie une heure quarante-six minutes avant et une heure quarante-six minutes après le passage au méridien.

» L'examen de la formule nous montre que, quand P'' est égal à P', la valeur de n devient entièrement indépendante des distances polaires instrumentales. Si cette condition n'est pas absolument réalisée, il suffit de corriger les lectures P' et P'' de la collimation et de la réfraction à quelques secondes près.

» Si nous regardons $P' + P''$, $P'' - P'$, $l'' - l'$ et $l' + l''$ comme des variables indépendantes et en différentiant la dernière formule, on aura

$$\begin{aligned} dn = {} & d(P' - P'')\frac{P' + P''}{2(l'' - l')} + d\frac{P' + P''}{2}\frac{P' - P''}{(l'' - l')} - \frac{P'' - P'}{l'' - l'}\frac{P' + P''}{2}\frac{d(l'' - l')}{l'' - l'} \\ & + \cos\frac{P'' + P'}{2}\, d\frac{l' + l''}{2} + \sin\frac{P' + P''}{2}\left(\frac{l' + l''}{2} - v_0\right) d\frac{P' + P''}{2}\sin 1'' \\ & - dI \sin\frac{P' + P''}{2} - I\cos\frac{P' + P''}{2}\sin\frac{P'' + P'}{2}\sin 1''. \end{aligned}$$

$\frac{P'' - P'}{l'' - l'}$, $\sin\frac{P' - P''}{2}\sin 1''$ étant à peu de chose près égales à zéro, $\sin(P'' + P')$ étant une faible quantité et $\frac{P'' + P'}{l'' - l'} = 1$, on voit par l'inspection de l'équation que la précision de dn dépend uniquement de l'exactitude de $P'' - P'$ et de $l'' + l'$. Ni l'erreur de la valeur du tour de vis en ascension droite ni les lectures absolues des distances polaires ne peuvent affecter le résultat cherché d'une erreur appréciable.

» En résumé, voici la série des opérations qu'il faut faire pour dégager la valeur de n de toute erreur sensible. Il faut effectuer les pointés symétriquement des deux côtés du méridien et, par surcroît de précaution, faire deux observations, l'une relative à un passage supérieur et l'autre à un passage inférieur. On élimine ainsi d'une manière complète l'erreur inhé-

rente à l'inclinaison du fil. Ces deux observations pourront se faire presque simultanément, car on a toujours dans la lunette un nombre suffisant d'étoiles se trouvant par rapport au pôle et au méridien dans des positions opposées et symétriques.

» Après avoir ainsi établi et résolu les conditions théoriques du problème, j'ai voulu voir si la pratique réaliserait les prévisions de la théorie. Dans ce but, M. Renan, astronome-adjoint, et moi, nous nous sommes livrés à cette recherche pendant quatre nuits d'observations, et, pour mieux nous rendre compte de la valeur de la méthode, nous nous sommes placés dans des conditions souvent défavorables. Nous avons choisi des étoiles d'un éclat très faible, nous les avons observées plusieurs fois, notamment dans la soirée du 2 avril, à travers des nuages et très près de l'extinction et, de plus, les observations n'étaient pas toujours symétriques par rapport au méridien; l'intervalle de temps entre les deux opérations conjuguées ne dépassait pas quelquefois deux heures et demie. Nous avons ainsi effectué seize nivellements astronomiques par rapport à l'équateur.

» Les résultats ont été des plus satisfaisants et l'erreur probable d'une détermination, même obtenue dans des conditions défavorables et choisies à dessein n'atteint pas $0^s,02$. Nous avons en outre, dans la soirée du 2 avril, déduit la valeur de cette constante instrumentale à l'aide de l'ancien procédé par l'observation de cinq étoiles polaires. La concordance entre les valeurs trouvées par les deux méthodes est aussi grande que possible.

» J'aurai l'honneur de mettre ces résultats sous les yeux de l'Académie dans une prochaine Communication. J'y exposerai également le principe de la deuxième méthode qui n'a pas une valeur pratique comparable à celle de la première. Le procédé employé ordinairement par les astronomes est un des cas particuliers renfermés dans la solution générale fournie par la deuxième méthode.

» Dans l'usage de la nouvelle méthode on doit opérer de la manière suivante : première lecture sur le cercle, dix pointés sur la polaire simultanément en ascension droite et en distance polaire, deuxième lecture sur le cercle, seconde série de pointés et troisième lecture sur le cercle. Après un intervalle de temps qui ne devrait pas être inférieur à deux heures un quart, on doit effectuer les observations de la série complémentaire. Il faut avoir soin, dans cette seconde partie du travail, de remettre le même trait de division sous le microscope. Plus l'intervalle de temps écoulé entre les deux séries est considérable, plus l'exactitude est grande; si l'on veut abréger cet intervalle, il suffira d'augmenter le nombre des pointés. Dans

cette recherche, il convient de déduire l'inclinaison du fil au moyen des pointés sur quatre ou cinq étoiles équatoriales lorsqu'elles traversent le champ de la lunette. Ce qu'on détermine ainsi, c'est la valeur de $I + n$. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Mémoire sur la température à la surface du sol et de la terre jusqu'à 36m de profondeur, ainsi que sur la température de deux sols, l'un dénudé, l'autre couvert de gazon, pendant l'année* 1882; par MM. **Edm. Becquerel** et **Henri Becquerel**. (Extrait.)

« Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie les tableaux météorologiques contenant les résultats des observations de températures faites au Muséum d'Histoire naturelle depuis le 1er décembre 1881 jusqu'au 1er décembre 1882 inclusivement, dans l'air pris à des profondeurs variables de 1m à 36m et dans les parties supérieures du sol, suivant qu'il est dénudé ou couvert de gazon pendant la même période de temps. Ce travail est la continuation des recherches entreprises au Muséum par A.-C. Becquerel, il y a vingt ans, à l'aide des appareils thermo-électriques qu'il a imaginés ([1]).

Les moyennes trimestrielles et annuelles, déduites des maxima et des minima, observés avec un thermométrographe ou avec un maximum Negretti et un minimum Rutherfort, indiquent une température moyenne peu différente de la moyenne générale de Paris et un peu inférieure à celle de l'année précédente 1881. On a en effet :

	1880.		1881.		1882.	
	Thermométrographe.	Therm. Negretti et Rutherfort.	Thermométrographe.	Therm. Negretti et Rutherfort.	Thermométrographe.	Therm. Negretti et Rutherfort.
Hiver (déc., janv., fév.)...	— 0°,44	— 0°,68	3°,73	3°,80	3°,11	3°,02
Printemps (mars, avr., mai).	11,68	11,75	10,82	10,84	11,62	11,84
Été (juin, juillet, août) ...	18,90	18,84	19,40	19,26	17,63	17,46
Automne (sept., oct., nov.).	11,48	11,46	10,71	10,67	11,51	11,41
Année moyenne	10,40	10,34	11,16	11,14	10,97	10,93

Au printemps et en automne, la température a été assez élevée, mais pendant l'été la moyenne a été relativement plus basse qu'à l'ordinaire. Les

([1]) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XXXII, XXXVIII, XL, XLI et XLII. *Comptes rendus de l'Académie*, t. LXXXII, p. 587 et 700; t. LXXXVI, p. 122; t. LXXXIX, p. 207; t. XC, p. 575; t. XCII, p. 1253; t. XCIV, p. 1147.

températures moyennes mensuelles et annuelles déduites des observations des thermomètres placés au nord et de celles faites au haut du mât, corrigées du déplacement du zéro thermométrique, ont donné en 1882, en moyenne annuelle :

	Au haut du mât.	Au nord.
	o	o
6h du matin...........	8,18	8,36
9h du matin...........	10,57	10,66
3h du soir............	13,72	13,85
Moyenne..........	10,82	10,96

» La température au haut du mât, à 10m au-dessus des autres appareils, est, comme les années précédentes, un peu plus faible que la température moyenne au nord ; celle-ci, comme on le voit, est presque identique à celle donnée par les maxima et les minima.

» Les observations de température à diverses profondeurs dans la terre, par les méthodes thermo-électriques, ont présenté encore, cette année, quelques perturbations dues à la manière dont les jonctions des extrémités des câbles sont faites avec les fils du galvanomètre. Nous modifions cette partie de notre installation pour éviter désormais ces perturbations.

» On a, pour la moyenne annuelle, en 1882 :

Profondeur.	Temp. moyenne annuelle en 1882.	Temp. moyenne annuelle des 14 années précédentes.
m.	o.	o.
1....................	11,93	11,25
2....................	11,49	»
6....................	11,95	11,91
11..................	12,12	12,01
16..................	12,27	12,10
21..................	12,15	12,13
26..................	12,36	12,38
31..................	12,35	12,34
36..................	12,45	12,44

» A 16m et à 26m se trouvent, sous le sol du Muséum, deux nappes d'eau souterraines qui se dirigent vers la Seine et qui modifient la loi d'augmentation de température avec la profondeur. Cette année, cet effet a été fort appréciable à 16m, alors qu'il l'avait été moins l'année dernière; ces différences tiennent à la plus ou moins grande abondance d'eau tombée sur le sol, ainsi qu'aux époques où cette chute a lieu.

Sols divers.		Temp. moy. mensuelle à 6h matin. 0m,05	0m,10	0m,20	0m,30	0m,60	Temp. moy. mensuelle à 3h soir. 0m,05	0m,10	0m,20	0m,30	0m,60	Température moyenne mensuelle. 0m,05	0m,10	0m,20	0m,30	0m,60
Décembre 1881.	Sol gazonné	3,41	3,66	4,20	4,51	5,09	3,58	3,87	4,38	4,89	5,73	3,50	3,77	4,34	4,70	5,41
	Sol dénudé	1,78	2,14	2,71	3,31	4,46	2,51	2,62	2,90	3,34	4,72	2,15	2,38	2,81	3,33	4,59
	Différence	1,63	1,52	1,59	1,20	0,63	1,07	1,25	1,48	1,55	1,01	1,35	1,39	1,53	1,37	0,82
Janvier 1882.	Sol gazonné	1,61	1,82	1,93	2,78	2,73	2,25	2,45	2,59	2,88	3,35	1,93	2,14	2,26	2,83	3,04
	Sol dénudé	0,87	1,01	1,39	1,64	2,25	1,83	1,76	1,86	2,11	2,98	1,35	1,39	1,63	1,87	2,62
	Différence	0,74	0,81	0,54	1,14	0,48	0,42	0,69	0,73	0,77	0,37	0,58	0,75	0,63	0,96	0,42
Février 1882.	Sol gazonné	1,67	1,76	1,88	2,09	2,46	3,03	2,80	2,93	3,23	3,46	2,35	2,28	2,41	2,66	2,96
	Sol dénudé	1,48	1,50	1,74	1,94	2,32	4,18	3,61	3,08	3,02	3,35	2,83	2,56	2,41	2,48	2,83
	Différence	0,19	0,26	0,14	0,15	0,14	-1,15	-0,81	-0,15	0,21	0,11	-0,48	-0,28	0,00	0,18	0,13
Mars 1882.	Sol gazonné	6,27	6,40	6,46	6,51	6,41	9,64	8,89	8,41	8,11	7,17	7,96	7,64	7,43	7,31	6,79
	Sol dénudé	6,16	6,34	6,47	6,49	6,51	11,91	10,66	9,06	8,38	8,19	9,04	8,50	7,76	7,43	7,35
	Différence	0,11	0,06	-0,01	0,02	-0,10	-2,27	-1,77	-0,65	-0,27	-1,02	-1,08	-0,86	-0,33	-0,12	-0,56
Avril 1882.	Sol gazonné	9,52	10,05	10,08	9,49	9,97	12,08	11,05	10,59	10,36	9,59	10,80	10,55	10,33	9,92	9,78
	Sol dénudé	9,79	8,91	9,91	10,21	9,99	14,76	13,31	11,17	10,34	10,19	12,27	11,11	10,54	10,27	10,09
	Différence	-0,27	1,14	0,17	-0,72	-0,02	-2,68	-2,26	-0,58	0,02	-0,60	-1,47	-0,56	-0,21	-0,35	-0,31
Mai 1882.	Sol gazonné	14,19	14,23	14,45	14,37	13,39	16,96	15,24	14,66	14,27	13,49	15,57	14,73	14,55	14,32	13,44
	Sol dénudé	12,02	13,20	14,26	14,60	13,76	19,54	17,60	15,36	14,46	13,60	15,78	15,40	14,81	14,53	13,67
	Différence	2,17	1,03	0,19	-0,23	-0,37	-2,58	-2,36	-0,70	-0,19	-0,11	-0,21	-0,67	-0,26	-0,21	-0,23
Juin 1882.	Sol gazonné	16,59	17,37	17,44	17,31	16,56	19,71	18,52	17,78	17,35	16,95	18,15	17,94	17,61	17,33	16,75
	Sol dénudé	14,04	14,44	16,29	16,77	16,12	21,51	19,53	17,40	16,92	15,98	17,77	16,98	16,84	18,84	16,05
	Différence	2,55	2,93	1,15	0,54	0,44	-1,80	-1,01	0,38	0,43	0,97	0,38	0,96	0,77	0,49	0,70
Juillet 1882.	Sol gazonné	18,62	19,20	19,45	19,20	18,62	21,06	20,07	19,37	18,90	17,89	19,84	19,63	19,41	19,05	18,25
	Sol dénudé	16,71	17,18	18,06	18,56	18,00	23,03	20,92	19,03	18,32	17,50	19,87	19,05	18,54	18,44	17,75
	Différence	1,91	2,02	1,39	0,64	0,62	-1,97	-0,85	0,34	0,58	0,39	-0,03	0,58	0,87	0,61	0,50
Août 1882.	Sol gazonné	17,70	18,19	18,54	18,63	18,71	20,12	19,36	18,94	18,85	18,18	18,91	18,77	18,74	18,74	18,44
	Sol dénudé	15,26	16,13	17,22	17,76	17,32	21,46	19,87	18,32	18,22	18,16	18,36	18,00	17,87	17,99	17,74
	Différence	2,44	2,06	1,32	0,87	1,39	-1,34	-0,51	0,42	0,63	0,02	0,55	0,77	0,87	0,75	0,70
Septembre 1882.	Sol gazonné	15,48	16,02	16,17	16,41	16,49	17,36	16,85	16,63	16,58	16,77	16,42	16,43	16,40	16,49	16,63
	Sol dénudé	12,58	13,25	14,09	14,79	15,30	17,05	16,03	14,94	14,92	15,13	14,81	14,64	14,51	14,85	15,21
	Différence	2,90	2,77	2,08	1,62	1,19	0,31	0,82	1,69	1,66	1,64	1,61	1,79	1,89	1,80	1,42
Octobre 1882.	Sol gazonné	11,91	12,44	12,84	13,13	13,77	12,93	12,92	13,07	13,27	13,69	12,42	12,68	12,95	13,20	13,73
	Sol dénudé	9,70	10,28	11,07	11,89	12,42	12,99	12,14	11,42	11,49	12,29	11,34	11,21	11,24	11,69	12,35
	Différence	2,21	2,16	1,77	1,24	1,35	-0,06	0,78	1,65	1,78	1,40	1,08	1,47	1,71	1,51	0,38
Novembre 1882.	Sol gazonné	7,95	8,46	8,61	9,33	9,71	8,44	8,59	8,87	9,26	9,93	8,19	8,52	8,74	9,29	9,82
	Sol dénudé	6,15	6,67	7,40	8,93	8,72	7,79	7,51	7,47	7,79	8,81	6,97	7,09	7,43	8,36	8,76
	Différence	1,80	1,79	1,21	0,40	0,99	0,65	1,08	1,40	1,47	1,12	1,22	1,43	1,31	0,93	1,06
Année moyenne.	Sol gazonné	10,41	10,80	11,01	11,15	11,16	12,26	11,72	11,52	11,33	11,35	11,33	11,26	11,26	11,24	11,26
	Sol dénudé	8.88	9,25	11,05	10.57	10,59	13,21	13.05	11,02	10,78	10,91	11,04	11,15	10,53	10,67	10,75
	Différence	1,53	1,55	1.96	0,58	0,57	-0,95	-0,33	0,50	0,55	0,44	0,29	0,11	0,73	0,57	0,51

» Le Mémoire renferme ensuite les résultats des observations faites sous des sols dénudés et gazonnés, à des profondeurs variables de $0^m,05$ à $0^m,60$, le matin et le soir, chaque jour de l'année. On donne ici seulement les moyennes annuelles des températures sous les deux sols aux diverses profondeurs.

» L'examen de ces Tableaux conduit encore aux conséquences énoncées les années précédentes. A $0^m,05$ de profondeur, à 6^h du matin, la moyenne de chaque mois, sauf en avril, est plus élevée sous le sol gazonné que sous le sol dénudé. A 3^h du soir, à la même profondeur, c'est en général l'inverse que l'on observe depuis février jusqu'en octobre, et l'action solaire, sur le sol sablonneux, donne à celui-ci un excès de température variant en moyenne de $0°,06$ à $2°,68$ sur la température observée sous le sol gazonné; en hiver le contraire a eu lieu. En moyenne mensuelle, ces excès ne se sont pas tout à fait compensés; à 6^h du matin le sol gazonné a eu $1°,53$ de température au-dessus de celle du sol sablonneux; à 3^h du soir celui-ci a eu au contraire un excès de $0°,95$, et en moyenne annuelle, à $0^m,05$ de profondeur, le sol gazonné a donné $11°,33$ quand le sol sablonneux, à la même profondeur, n'a donné que $11°,04$.

» A partir de $0^m,10$ jusqu'à $0^m,60$ de profondeur, ces effets ont été de moins en moins marqués et, en moyenne générale, la température a été plus élevée sous le sol gazonné que sous le sol dénudé d'une quantité qui a varié de $0°,1$ à $0°,7$ suivant la profondeur. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Démonstration graphique d'un théorème d'Euler concernant les partitions des nombres;* par M. SYLVESTER.

« Comme confirmation de la puissance de la méthode graphique appliquée à la théorie des partitions, la preuve suivante d'un théorème que je crois être nouveau ne sera pas, je l'espère, tout à fait dépourvue d'intérêt pour les géomètres; car il serait, il me semble, assez difficile d'en trouver une preuve directe analytique au moyen de la comparaison de fonctions génératrices, comme on le fait ordinairement pour des théorèmes de ce genre.

» Euler a trouvé facilement, par une comparaison de telles fonctions, que le nombre de partitions de n en nombres impairs est le même que le nombre de partitions de n en nombres inégaux; je précise ce théorème en ajoutant que le nombre de partitions de n en nombres impairs, qui se

divisent en i groupes de nombres distincts, est égal au nombre de partitions de n en i suites tout à fait distinctes de nombres consécutifs.

» Nommons U une partition en nombres impairs et V une partition en nombres inégaux.

» Je dis qu'on peut passer de U à V par la méthode suivante. Supposons, par exemple, que U soit la partition 11.11.7.7.7.5.

» Je forme deux assemblages réguliers de points en prenant dans l'un d'eux, sur chaque ligne, un nombre de points égal à $\frac{11+1}{2}$, $\frac{11+1}{2}$, $\frac{7+1}{2}$, $\frac{7+1}{2}$, $\frac{7+1}{2}$, $\frac{5+1}{2}$, et l'autre assemblage en diminuant de l'unité chacun de ces nombres de points. On forme ainsi ces deux assemblages :

1.	2.
. . . . . .	. . . . .
. . . . . .	. . . . .
. . . .	. . .
. . . .	. . .
. . . .	. . .
. . .	. .

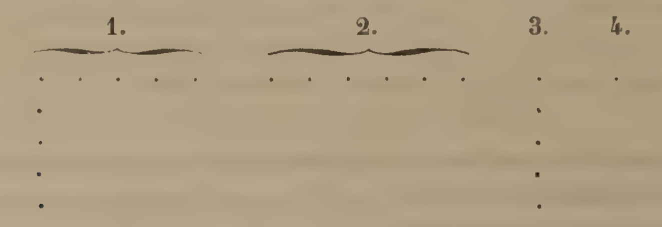
et, en comptant le nombre de points dans les *angles* successifs de chaque figure, on obtient, dans l'un, 11, 9, 5, 2, et, dans l'autre, 10, 8, 3; en les réunissant, on obtient la partition

$$11.10.9.8.5.3.2,$$

qui est un V.

» Or il est facile de voir que dans cette méthode de transformation U devient V, et l'on démontre (en construisant un certain système d'équations linéaires) que, pour un V quelconque donné, on peut trouver un et un seul U qui se transformera dans ce V, de sorte qu'il y a correspondance un à un entre la totalité des U et la totalité des V, ce qui sert à démontrer le théorème original d'Euler. Mais si tel était le but de cette recherche, cette méthode de transformation serait peine perdue, car il existe une tout autre méthode, infiniment plus simple, d'établir une telle correspondance : on la trouvera expliquée dans le cahier de l'*American Journal of Mathematics* qui va paraître. L'utilité de cette méthode spéciale de créer la correspondance consiste en ceci : que le V ainsi conjugué avec un U contiendra le même nombre de suites distinctes de nombres consécutifs que le U contient de nombres impairs distincts : cela veut dire que le nombre des lignes inégales (disons i) dans l'un ou l'autre assemblage de points est toujours

égal à j, nombre de suites distinctes obtenu en opérant de la manière expliquée ci-dessus. La preuve en est facile; car si l'on enlève l'angle extérieur à l'un et à l'autre des assemblages, on verra facilement que quatre cas se présenteront : pour un de ces cas, j ne change pas de valeur, à cause du changement opéré dans les deux assemblages; dans un autre cas, j subira une diminution de deux unités, et dans les deux cas intermédiaires d'une seule unité. Ces cas correspondent aux quatre suppositions qui résultent de la combinaison des hypothèses que les deux premières lignes ou les deux premières colonnes dans l'un ou l'autre des assemblages sont ou ne sont pas égales entre elles : de sorte qu'on verra facilement que le j et le i seront toujours diminués de la même quantité, ou 0, ou 1 ou 2, et conséquemment on aura $i - j$ *constant;* si l'on enlève l'un après l'autre les angles des deux assemblages jusqu'à ce qu'on arrive à un assemblage qui sera de l'une ou l'autre des quatre formes suivantes :



pour lesquels cas $i = 2$, $j = 2$; $i = 1$, $j = 1$; $i = 1$, $j = 1$; $i = 1$, $j = 1$; respectivement on aura toujours ainsi $i = j$, de sorte qu'il y a correspondance une à une entre les partitions du même nombre n qui contiennent justement i nombres impairs répétés (ou non) à volonté, et celles qui contiennent justement i suites distinctes de nombres consécutifs, et conséquemment il y aura le même nombre des unes et des autres : ce qui est le théorème que j'ai voulu démontrer. »

GÉOGRAPHIE. — *Sur le projet de mer intérieure africaine.* Note de M. de Lesseps.

« En vous annonçant, il y a deux mois, mon départ pour les chotts algériens et tunisiens, je vous disais que, tout en étant favorable en principe au projet de mer intérieure du commandant Roudaire, dont la réalisation aurait pour la France les conséquences les plus heureuses, je partais néanmoins sans parti pris et bien décidé à reconnaître que le projet de-

vait être ajourné si les difficultés et les dépenses d'exécution me paraissaient trop considérables.

» Aujourd'hui, après avoir étudié la question sur les lieux, après avoir visité les chotts depuis l'embouchure de l'Oued-Melah jusqu'à Biskra, ainsi que les terrains qui s'étendront sur le rivage de la mer future, je reviens plus convaincu que jamais qu'il y a urgence à créer cette mer, qui est appelée à transformer de la façon la plus merveilleuse les conditions économiques, agricoles et politiques de l'Algérie.

» Avant d'entrer dans les détails de mon exploration, laissez-moi revenir un peu en arrière et dire quelques mots au sujet de la Commission supérieure chargée, au mois de juin dernier, d'examiner le projet.

» On a cru généralement, dans le public, que cette Commission, dont plusieurs de nos savants Confrères faisaient partie, avait condamné le projet : c'est une erreur.

» Loin de condamner le projet, la Commission, comme en fait foi le *Livre jaune* publié par le Ministre des affaires étrangères, a reconnu :

» 1° Que l'exactitude des travaux scientifiques sur lesquels repose le projet est au-dessus de toute contestation;

» 2° Que l'exécution du canal d'alimentation de la future mer ne présentait aucune difficulté;

» 3° Que l'œuvre serait durable, puisque, même en admettant les hypothèses les plus défavorables au sujet de l'évaporation et de la saturation, la mer intérieure serait assurée d'une existence de mille à quinze cents ans, ce qui, pour une entreprise humaine, équivaut à l'éternité;

» Qu'à aucun point de vue la mer intérieure ne pourrait être nuisible, mais que, au contraire, elle favoriserait le développement de la colonisation, en améliorant le climat, en assainissant des régions insalubres et en y apportant la fécondité;

» 5° En ce qui concerne l'accroissement de notre puissance militaire et maritime, l'importance de la nouvelle voie ouverte au commerce, à l'industrie et à la sécurité de l'Algérie, les avis ont été partagés; cependant, personne n'a pu, à aucun de ces points de vue, nier d'une manière complète l'utilité de la submersion du bassin des chotts. D'autres membres, et particulièrement notre éminent confrère le général Favé, ont éloquemment mis en lumière l'importance capitale de la mer intérieure, tant au point de vue colonial qu'au point de vue militaire.

» Ainsi la Commission supérieure, loin de condamner le projet, l'a au contraire approuvé en principe; seulement, comme elle n'avait pas vu les

lieux, elle a exagéré les difficultés et par conséquent la dépense de l'entreprise.

» Eh bien, le voyage d'exploration que la Commission supérieure ne pouvait pas faire, je viens de l'accomplir, accompagné d'un certain nombre d'ingénieurs spéciaux et d'entrepreneurs expérimentés, sous la conduite du commandant Roudaire qui ne saurait trop mériter d'éloges pour sa persévérance, son énergie et ses remarquables travaux scientifiques datant de plus de dix années.

» Nous avons constaté que partout les terrains sont d'une extraction facile : ainsi, par exemple, la Commission avait supposé que le seuil de Kriz était entièrement composé de roches dures dont elle avait évalué le volume à 25 millions de mètres cubes; mais M. Roudaire ayant reconnu, un peu plus bas que le col de Kriz, un autre passage, celui de Tozeur, non seulement moins élevé de 12^{m} que le précédent, mais encore uniquement formé de sables, nous avons vu fonctionner le sondage établi au point culminant de ce seuil. Au moment où nous arrivions sur les lieux, la sonde était parvenue à 73^{m} au-dessous du sol; le trou de sonde avait été entièrement creusé jusqu'à cette profondeur au moyen d'une simple cuillère à soupape suspendue à l'extrémité d'un câble ; on la soulevait à l'aide d'un treuil et on la laissait retomber de son propre poids cinq à six fois de suite, puis on la retirait pleine de sable. J'ai recueilli moi-même dans la cuillère et enveloppé dans mon mouchoir le sable que je dépose sur le bureau de l'Académie.

» Tous ceux qui m'accompagnaient, et dont quelques-uns n'étaient pas exempts, au moment du départ, de certaines préventions contre le projet, sont revenus complètement convaincus, je dirai même enthousiasmés. Je ne saurais mieux faire pour éclairer l'Académie à ce sujet que de lire le Rapport sommaire que tous ont rédigé d'un commun accord dès leur arrivée à Biskra.

» Voici le texte de ce document :

RAPPORT SOMMAIRE.

« Au cours de l'exploration qu'ils viennent de faire dans les chotts tunisiens et algériens de Gabès à Biskra, les soussignes, invités par MM. Ferdinand de Lesseps et Roudaire à se rendre sur les lieux pour donner leur avis sur le projet de mer intérieure et son exécution pratique, ont fait les constatations suivantes :

» 1° *Au point de vue maritime*, l'embouchure de l'oued Melah, origine du canal de la mer aux chotts inondables, présente une partie couverte à haute mer à une largeur suffisante, qui pourra être facilement creusée et constituer un port naturellement à l'abri de

tous les vents du nord-est au sud en passant par l'ouest; les vents du nord-est au sud en passant par l'est ne pourront être dangereux, le port en étant garanti par de simples jetées.

» La rade en face de l'entrée se trouve d'ailleurs exactement dans les mêmes conditions que celle de Gabès.

» La navigation dans le canal ne peut offrir aucune difficulté, sa direction étant presque rectiligne.

» Quant à la tenue des bâtiments dans la mer intérieure, il a été de toute facilité à la Commission de s'assurer de l'absence de roches : partout le fond sera de vase ou de marne et, avec les profondeurs moyennes de 20^{m}, on sera toujours certain qu'un bâtiment, *quel qu'il soit*, n'aura rien à craindre pour sa sécurité.

» 2° *Relativement aux résultats agricoles*, tous les terrains situés sur le rivage nord de la mer intérieure et du canal, de Gabès à Biskra, sur un parcours de près de 500^{km}, sont généralement de même nature que les plus fertiles de l'Algérie et de la Tunisie.

» Il ne leur manque qu'un peu d'eau pour qu'ils deviennent d'une très grande fécondité et une immense source de richesse et de prospérité pour le pays.

» La modification du climat qu'amènera naturellement la présence d'une très grande nappe d'eau dans le bassin des chotts, jointe à l'utilisation des eaux souterraines dont la présence a été constatée, tant par les sondages que par l'existence des puits naturels qui servent à l'alimentation des tribus et à l'aménagement des eaux superficielles, permettra incontestablement de rendre à la culture ces vastes espaces aujourd'hui improductifs, et d'y trouver, indépendamment des autres sources de revenus, telles que pêcheries, droits de navigation, etc., etc., une large rémunération pour les capitaux engagés dans cette entreprise.

» 3° *En ce qui concerne les opérations de nivellement* de M. le commandant Roudaire, il a été unanimement reconnu qu'elles ont été faites avec le soin le plus minutieux et une méthode infaillible, et qu'elles sont d'une exactitude absolue.

» 4° *A l'égard de l'exécution des travaux*, il a été constaté que les terrains rencontrés seront d'une extraction très facile, à laquelle les procédés mécaniques pourront être appliqués.

» Les roches calcaires constatées par les sondages de M. le commandant Roudaire en 1879, à la base du seuil de Gabès, et dont le volume est relativement peu important, constituent à l'entrée du canal un avantage plutôt qu'un inconvénient.

» Elles fourniront, en effet, les matériaux nécessaires à l'exécution des jetées et des constructions du port.

» Elles permettront en outre, si cela est nécessaire, d'établir à peu de frais, à l'entrée du canal, une vanne au moyen de laquelle on règlera suivant les besoins l'introduction de l'eau pendant le remplissage.

» Dans le parcours du canal au travers du chott Djerid, le tracé suit la rive nord de manière à se tenir éloigné des terrains vaseux de la partie centrale du chott.

» Au seuil qui sépare le chott Djerid du chott Rharsa, le nouveau tracé, récemment étudié à Tozeur par M. le commandant Roudaire, évite complètement les roches signalées précédemment à Kriz, et dont la Commission supérieure avait estimé le volume à vingt-cinq millions de mètres cubes.

» L'altitude du nouveau col est d'ailleurs inférieure de 12^{m} à celle du col de Kriz.

» Le sondage fait au point culminant du nouveau tracé a démontré qu'on ne rencontrera que des sables.

» Eu égard à la nature des terrains traversés, il est évident qu'il suffira de creuser tout d'abord dans la partie d'alluvions un canal d'une largeur moyenne de 25^{m} à 30^{m} qui sera agrandi au moyen du courant lui-même.

» Cette tranchée pourra être exécutée dans une période maxima de cinq années, et son prix de revient peut être évalué à une somme de 150 millions.

» 5° *La question politique et militaire* est certainement très importante.

» La Commission, tout en étant frappée des avantages incontestables que retirera la France de la création de la mer intérieure, considère qu'elle sortirait de son rôle en développant son opinion à ce sujet.

» A. Couvreux fils, entrepreneur de travaux publics.
» Emile Dollot, ingénieur des Arts et Manufactures.
» Léon Dru, ingénieur.
» Duval-Terrasson, entrepreneur de travaux publics.
» Gellerat fils, entrepreneur de travaux publics.
» G. de Kersabiec, lieutenant de vaisseau.
» Anatole Lion, ingénieur.

» Biskra, le 4 avril 1883. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Membre, pour la Section d'Astronomie, en remplacement de feu M. *Liouville*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 56,

M. Wolf	obtient. . . .	32	suffrages
M. Bouquet de la Grye	»	21	»
M. Roche	»	1	»
M. Stephan	»	1	»

Il y a un bulletin nul.

M. **Wolf**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Sa nomination sera soumise à l'approbation du Président de la République.

MÉMOIRES LUS.

CHIRURGIE. — *Sur l'évolution de la pustule maligne chez l'homme et son traitement par les injections iodées.* Note de M. A. Richet. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

« Les beaux travaux de Davaine et de M. Pasteur ont établi d'une manière incontestable que chez l'homme la pustule maligne reconnaît pour cause la pénétration à travers une effraction de l'épiderme, de la bactéridie charbonneuse, qui prolifère d'abord sur place, puis, après un temps variable, finit par infecter l'organisme.

» Je viens d'observer, dans mon service chirurgical de l'Hôtel-Dieu, deux faits qui jettent peut-être quelque lumière sur les phases restées jusqu'ici assez obscures de cette double évolution, pullulation sur place, puis infection générale ; ces faits offrent, en outre, une certaine importance au point de vue du traitement par les injections iodées.

» En 1880, entrait à l'Hôtel-Dieu un boucher atteint de pustule maligne à la joue droite. Avant tout traitement, je fis recueillir simultanément du liquide séreux autour de la pustule, puis du sang au doigt indicateur. Les animaux inoculés avec ces liquides, sérum de la pustule ou sang, succombèrent tous à l'infection charbonneuse [1].

» Le malade fut traité énergiquement : je pratiquai autour de la pustule des injections d'iode, puis la cautérisation ignée. Efforts inutiles ! Les symptômes locaux parurent s'apaiser ; mais les phénomènes généraux s'aggravèrent et le malade succomba en quarante-huit heures.

» Ainsi, devant une infection généralisée, le traitement local a complètement échoué.

» En 1883, une autre occasion se présenta de mettre de nouveau la méthode iodée à l'épreuve.

» Un boucher qui avait porté, le col découvert, des viandes saignantes, dans la journée du 28 février, entra à l'Hôtel-Dieu le 5 mars 1883. Le 1er mars, il avait découvert sur sa joue un petit bouton qui devint rapidement assez gros. Le 5 mars, se sentant fort malade, brisé, courbaturé, il arrivait à l'hôpital dans un état de terreur difficile à décrire.

---

(1) Je tiens à remercier M. Talamon, dont l'obligeance et le talent m'ont été d'un précieux secours pour toutes ces expériences délicates.

» Les symptômes généraux étaient graves : la température axillaire de 39,9, le pouls à 108, la soif intense, l'abattement extrême. L'œdème qui entourait la pustule était dur et douloureux ; le gonflement s'étendait à la face et au cou ; les glandes lymphatiques derrière la mâchoire étaient gonflées et douloureuses. Ni le sang, ni le sérum de la pustule ne montraient de bactéridies, mais dans le sérum existaient des spores et des granules.

» Je pratiquai autour de la pustule huit injections de teinture d'iode mélangée avec deux tiers d'eau, et je recommençai le soir de ce même jour la même opération.

» Le lendemain, l'état général est devenu bien meilleur. Le pouls est à 88, la température à 38,4. Néanmoins, je refis une nouvelle injection iodée. Le surlendemain, 7 mars, le malade semble être revenu à l'état normal ; la température tombe à 37. Le pouls est à 60.

» Les jours suivants, l'amélioration est définitive ; l'escarre de la pustule tombe et laisse une plaie très étendue, qui témoigne de la violence de la virulence charbonneuse.

» Voici maintenant le résultat des cultures et des inoculations faites avec les liquides pris autour de la pustule et avec le sang.

» 1° Les liquides pris autour de la pustule et inoculés à des cobayes ont à *tous* communiqué l'infection charbonneuse ;

» 2° Ces liquides ont donné naissance à des générations de *Bacillus anthracis*, qui ont à leur tour déterminé le charbon ;

» 3° Le sang pris au doigt du malade n'a fourni que des résultats négatifs ;

» 4° Les liquides recueillis autour de la pustule après que les injections iodées ont été faites n'ont donné que des résultats négatifs, ce qui prouve péremptoirement l'action neutralisante et préservatrice de cette médication.

» Ces deux faits portent avec eux plusieurs enseignements.

» Le premier démontre que, si les bactéridies ou leurs spores ont déjà pénétré dans le sang, en un mot si l'infection générale a commencé, tout traitement local est insuffisant.

» Le second prouve au contraire que, malgré la virulence extrême de l'intoxication charbonneuse, alors qu'il n'y a pas encore infection générale, on peut enrayer le mal par une action locale énergique. L'action antiseptique de la teinture d'iode est bien mise en évidence.

» Toutefois la température élevée de 40° doit donner à réfléchir. Pourquoi cette intensité des phénomènes généraux, cet abattement des forces,

ce malaise général? Peut-on affirmer, malgré le résultat négatif des inoculations et des cultures, qu'aucun germe n'avait encore pénétré dans l'organisme? C'est là un point très douteux et d'une extrême importance, sur lequel il me sera permis d'appeler l'attention.

» Quelques remarques sont encore à faire sur le traitement par les injections iodées. C'est Davaine qui, le premier, en 1873, dans une Communication lue à l'Académie, conseilla l'emploi de l'iode. Depuis, à de rares intervalles, ses conseils furent mis en pratique avec des succès divers par quelques chirurgiens et vétérinaires, parmi lesquels il faut citer M. Stanis Cézard et M. J. Chipault; mais, dans aucun cas, il n'y eut d'amélioration aussi rapide que dans l'exemple que je viens de rapporter.

» De tous les traitements employés jusqu'ici, ce traitement par les injections iodées est le moins douloureux, le moins destructeur et le plus certain.

» La conduite du médecin en présence d'une pustule maligne se trouve donc désormais toute tracée et simplifiée.

» Il doit d'abord, autant que possible, s'assurer, par des inoculations et par l'examen microscopique, de la réalité du mal, de sa localisation ou de sa diffusion; puis, et sans attendre le résultat de ses expériences, il injectera 4^{gr} à 8^{gr} de teinture d'iode iodurée, mélangée avec 2^{vol} d'eau, par six à huit piqûres, formant un cercle délimitant la pustule et l'œdème qui l'entoure.

» Ces injections seront répétées plusieurs fois par jour, et pendant plusieurs jours, quelle que soit la marche de la maladie, qu'elle rétrograde ou qu'elle progresse.

» Au cas où l'infection serait générale, il faudrait avoir recours à l'iode, administré à l'intérieur. Quant aux injections iodées intra-veineuses, faites dans le but de poursuivre la destruction des bactéridies dans le sang même, personne, que je sache, n'a encore osé les pratiquer sur l'homme. »

CHIRURGIE. — *Expériences sur l'anesthésie caustique et observation d'un cas de squirre ulcéré du sein, opéré avec l'aide de cette méthode.* Note de M. **Jules Guérin**. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Section de Médecine et de Chirurgie.)

« Quel que soit le nombre des applications utiles de l'anesthésie chloroformique, il est cependant des sujets chez lesquels cette méthode est tout

à fait interdite : ceux, par exemple, qui sont atteints d'affections chroniques du cœur et des organes respiratoires.

» Il faut reconnaître encore que, malgré les progrès réalisés de nos jours pour prévenir tout accident, l'expérience n'a que trop souvent prouvé l'insuffisance des précautions les mieux calculées. Il ne faut pas oublier enfin que la localisation de l'anesthésie, dans les régions où doit s'exercer l'œuvre du chirurgien, est restée jusqu'ici un problème à l'étude; et que l'insensibilisation des parties ne s'obtient toujours qu'en passant par l'anesthésie généralisée, c'est-à-dire au prix d'un certain degré d'intoxication de l'organisme avec ses inconvénients et ses imprévus.

» Ces *desiderata* de la grande et précieuse méthode de l'anesthésie chloroformique expliquent et justifient la recherche d'autres moyens d'arriver d'emblée à l'insensibilisation des parties sans la participation de l'anesthésie de tout l'organisme. Tel est le but que je me suis proposé.

» L'observation physiologique nous apprend que la peau est l'épanouissement des nerfs sensibles et de la sensibilité réfléchie, et que, au delà de la zone qu'elle occupe, cette propriété se réfugie, en s'amoindrissant, dans les rameaux nerveux, plus conducteurs de l'impression périphérique que sensibles par eux-mêmes. Il est aussi de notion vulgaire que les parties de la peau tenues pendant un certain temps en contact avec certains caustiques sont complètement désorganisées. Il est enfin d'observation générale que certains caustiques chimiques de la catégorie dite *potentielle* ont la propriété de coaguler le sang contenu dans les vaisseaux.

» Mais, autour et au delà de ces faits vulgaires, il y a des circonstances négligées, si ce n'est complètement inaperçues, dont je me suis servi.

» A la faveur de ces effets de la cautérisation potentielle, j'ai conçu l'idée de tracer aux opérations chirurgicales une voie et des limites dans lesquelles l'instrument tranchant pût cheminer sans provoquer de douleur ni d'hémorragies, et sans laisser après lui de portes ouvertes aux matières septiques qui suivent et compliquent si souvent les plaies chirurgicales. Je me dispense pour le moment de faire connaître les différentes phases par lesquelles cette idée a passé, et les différents essais que j'ai tentés; j'arrive d'emblée à une opération grave, qui m'a présenté la réunion des diverses circonstances inhérentes à ce mode opératoire, et offert un spécimen des services qu'il est permis d'en espérer.

» *Observation.* — Dans le cours du mois de janvier dernier, une dame

âgée de soixante ans me consulta pour une tumeur du sein droit qu'elle portait depuis sept ou huit années, et que plusieurs praticiens lui avaient déclarée devoir être enlevée. Cette tumeur, d'environ $0^m,10$ de diamètre, occupait l'emplacement tout entier du sein; de forme irrégulière, bossuée, dure au toucher, elle adhérait à la peau et présentait à sa surface deux petits cratères rougeâtres par lesquels suintait un peu de liquide coloré; le reste de la peau était pâle, mais parsemé de veines apparentes et développées. Néanmoins la tumeur n'adhérait pas à sa base, elle pouvait être assez facilement mobilisée; point de ganglions dans l'aisselle. Je diagnostiquai, comme mes confrères précédemment consultés, un squirre ulcéré du sein droit. — La santé générale était mauvaise : une bronchite catarrhale datant de dix-huit mois, accompagnée de fréquents accès de toux et d'expectorations abondantes; des douleurs dans les reins, et des troubles cardiaques caractérisés par des interruptions fréquentes du pouls, offraient un ensemble peu favorable à une entreprise opératoire, laquelle était cependant rendue de jour en jour plus indispensable et plus urgente.

» Mon avis fut donc qu'il fallait procéder, sans retard, à l'ablation de la tumeur. Le médecin ordinaire de la malade, M. le Dr Decugis, d'Hyères, partagea mon avis, ainsi que son frère, M. le Dr Decugis, de Brignolles.

» L'opération ayant été décidée, je procédai de la manière suivante, avec le concours de mes deux confrères et du mari de la malade.

» J'appliquai autour de la tumeur, et à $0^m,02$ de sa circonférence, une couche circulaire ou plutôt elliptique de caustique de Vienne de $0^m,02$ de hauteur et de largeur, très exactement retenue et limitée par une double bande de diachylon gommé. La malade, invitée à nous tenir bien au courant des progrès de la cautérisation, nous fit connaître, après un quart d'heure d'application du caustique, que toute sensation douloureuse, qui avait été des plus modérées, avait cessé : je laissai néanmoins le caustique en place cinq minutes de plus, vingt minutes en tout. Le caustique ayant été enlevé, la surface de la partie cautérisée essuyée avec un linge imbibé de vinaigre, nous pûmes constater l'existence d'un ruban noirâtre, parfaitement régulier.

» Le sein ayant été soulevé par M. le Dr Decugis aîné, je glissai à sa base, entre sa partie consistante et le tissu cellulaire sous-jacent, une sonde à dard portant un fil de platine très fin, destiné à maintenir la tumeur soulevée pendant l'opération. La sonde ayant été retirée et la tumeur maintenue en suspension par le fil, j'incisai horizontalement et circulairement toute la bande cautérisée : ce qui eut lieu sans provoquer la moindre douleur, sans hémorragie et comme à l'insu de l'opérée. Ayant ainsi

détaché de sa circonférence cutanée tout le pourtour de la tumeur, j'arrachai cette dernière avec mes doigts, en divisant avec des ciseaux quelques brides fibreuses qui s'opposaient à cette sorte d'énucléation. L'opération dura dix minutes. Il n'y eut que deux ou trois cuillerées de sang épanché, et une seule artériole nécessita une ligature qui tomba le surlendemain.

» La malade n'a manifesté aucune douleur pendant toute l'opération.

» Les suites furent des plus simples et des plus heureuses. Les pansements consistèrent dans des applications chaque jour répétées de charpie imbibée d'eau phéniquée à $\frac{1}{100}$, avec addition d'un quart d'alcool; ces applications précédées chaque fois de l'arrosage de la plaie à la seringue.

» Il n'y eut pas un seul jour de fièvre; c'est-à-dire, ni frisson ni chaleur insolite; l'appétit et le sommeil des plus satisfaisants. Mais ce qu'il y eut de plus surprenant, c'est que les accès de toux suivis d'expectoration abondante qui existaient depuis plus d'une année cessèrent presque complètement après le huitième jour.

» Quant à la cicatrisation de la plaie, elle fut des plus régulières. Les bourgeons charnus de la plus belle apparence, touchés de temps en temps avec le crayon d'azotate d'argent et pansés alternativement, en dernier lieu, avec la glycérine et l'eau phéniquée, marchèrent régulièrement et graduellement vers une restauration et réparation complète de l'excavation laissée par l'extirpation de la tumeur. La bordure de la plaie, résultant de la moitié circulaire de l'escarre cutanée, resta plus de trois semaines en place sous la forme d'un ruban desséché et parfaitement adhérent à la couche celluleuse cutanée. Il ne s'en détacha que peu à peu et par parties. Il fut facile de s'assurer pendant ce travail de ce double fait, à savoir : que la bande de l'escarre, très consistante et adhérente, formait une barrière infranchissable au passage des liquides de la plaie, et s'opposait ainsi à toute absorption par les bords de cette dernière.

» Telle est la première opération grave pratiquée avec l'aide de l'insensibilisation caustique. Il a été possible d'y suivre, pas à pas toutes les particularités propres à caractériser cette nouvelle ressource chirurgicale, et d'apprécier les avantages qu'il est permis d'en attendre. Je me dispense donc de sortir du fait particulier par une généralisation anticipée de ses résultats. Je laisse aux chirurgiens le soin d'en juger les applications possibles, et, à l'avenir, de montrer jusqu'où l'anesthésie caustique pourra, je ne dis pas suppléer, mais venir en aide, dans des cas déterminés, à l'anesthésie par le chloroforme. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Actions mécaniques produites par les aimants et par le magnétisme terrestre.* Deuxième Mémoire de M. **P. Le Cordier** [1]. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Bonnet, Resal, C. Jordan.)

« Toutes les actions observables sur un élément de courant linéaire ont été calculées dans le premier Mémoire (p. 222 de ce Volume) en fonction explicite du potentiel du système agissant ; potentiel dont l'existence a été démontrée, mais dont la forme n'a été déterminée que dans le cas particulier où le système se réduit à un courant fermé linéaire extérieur. Il reste à trouver les trois potentiels d'un aimant, du magnétisme terrestre, et d'un courant fermé permanent à trois dimensions. Le premier est donné dans ce Mémoire : le deuxième l'est aussi, mais seulement dans un espace assez petit pour que le champ magnétique terrestre y soit traité comme uniforme : le troisième le sera dans un Mémoire ultérieur, mais à l'aide d'une hypothèse. Les actions d'un aimant et du magnétisme terrestre sur un aimant le sont aussi, en fonction de deux potentiels : et ceux-ci sont identifiés avec ceux qui expriment les actions des mêmes corps sur un élément de courant linéaire.

» Cette méthode diffère de celle qui a été suivie jusqu'ici ; on a toujours traité séparément les cinq actions mécaniques observées : celle des courants sur les courants, celle des courants sur les aimants et la réaction des aimants sur les courants, celle des aimants sur les aimants, celle du magnétisme terrestre sur les aimants, et celle du magnétisme terrestre sur les courants. Outre qu'elle est empirique, en invoquant un trop grand nombre de données expérimentales, qui ne sont pas indépendantes, cette marche a l'inconvénient de n'établir aucune relation entre les cinq coefficients des actions énumérées, et de ne pas faire voir qu'on peut les réduire à un seul système d'unités absolues. J'ai déjà démontré en 1870 cette possibilité, dans une Note qui paraît n'avoir pas été aperçue : c'est pourquoi il est bon de développer plus complètement la théorie sur laquelle elle repose. Généralement admise, et d'ailleurs conforme à l'hypothèse d'Ampère, elle

---

[1] Voir *Comptes rendus*, séance du 22 janvier 1883.

n'était démontrée nulle part. Elle ne résulte ni du principe de la conservation de l'énergie, ni d'aucun principe rationnel. Contrairement à ce que les auteurs ont paru croire, sans le dire explicitement, elle ne peut être démontrée que par l'expérience. Elle établit, entre l'électricité et le magnétisme, une relation de même importance théorique que la relation établie, entre l'électricité et la lumière, par la possibilité d'identifier le système électrostatique et le système électromagnétique, en choisissant les trois unités fondamentales de manière que la vitesse de la lumière se réduise à l'unité. Il est étonnant qu'une remarque si simple n'ait pas été faite avant l'année 1870, où je l'ai énoncée pour la première fois dans une thèse manuscrite, et pour la seconde fois dans les *Comptes rendus*, t. LXXI, p. 533.

» Il serait naturel de recourir à des mesures absolues; mais il est préférable de n'invoquer que les expériences les plus simples et les plus précises. C'est pourquoi l'identification va reposer sur la coïncidence des directions d'équilibre stable des axes d'un élément magnétique et d'un élément de solénoïde, mobiles autour de leurs centres de gravité, quand ceux-ci sont placés successivement en un même point d'un champ de force donné.

» La possibilité qu'il s'agit d'établir, ne l'ayant pas été, aurait dû être contestée : elle l'a été, pour la première fois peut-être, dans les *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, par MM. Mascart et Joubert : à une question équivalente à cette possibilité on y trouve (n° 543) la réponse suivante : « L'affirmative paraît probable. » C'est cette affirmative qui est démontrée dans ce Mémoire comme conséquence de deux principes expérimentaux; et réciproquement, ces deux principes en résultent. Or les expériences dont ils sont déduits sont admises sans contestation, quoiqu'elles n'aient pas été faites directement. C'est pourquoi elles sont invoquées comme si elles l'eussent été; et inversement, si elles paraissaient douteuses, il suffirait de les faire pour établir non seulement la possibilité de la réduction de toutes les forces dont il s'agit, à un seul système d'unités absolues, mais encore toute la théorie exposée dans le Mémoire actuel. »

M. Bernard adresse à l'Académie, pour le concours du prix de Statistique, un Mémoire intitulé : « Constitution médicale de Cannes. Météorologie et mortalité du 1er octobre 1880 au 31 mars 1883 ».

(Renvoi à la Commission de Statistique).

CORRESPONDANCE.

MM. **Lescarbault** et **Müntz** adressent leurs remercîments à l'Académie pour les récompenses dont leurs travaux ont été l'objet dans la dernière séance publique.

M. **Ch. Brame** prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats à la place laissée vacante, dans la Section de Médecine et de Chirurgie, par le décès de M. *Sédillot*.

(Renvoi à la Section de Médecine et de Chirurgie.)

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Calcul d'une intégrale double.* Note de M. **O. Callandreau**, présentée par M. Tisserand.

« Il s'agit de l'intégrale double

$$\frac{1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos ix \cos jy \, dx \, dy}{\sqrt{1+\alpha^2-2\alpha(\mu\cos x+\nu\cos y)}},$$

considérée par M. Tisserand dans son *Mémoire sur le développement de la fonction perturbatrice dans le cas où l'inclinaison mutuelle des orbites est considérable* (1). J'ai observé que la nature relativement simple de l'intégrale permettait d'employer un procédé spécial de quadrature.

» En premier lieu, l'inverse du radical qui figure au dénominateur est remplacé par une somme de quantités rationnelles : on a en effet l'égalité approchée

$$\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2-2\alpha\cos V}}=\frac{1}{n}\sum\frac{1}{\sqrt{1-p\alpha^2}}\,\frac{1-p^2\alpha^2}{1+p^2\alpha^2-2p\alpha\cos V}$$

avec

$$p=\cos^2\frac{\theta}{2},\quad \cos n\theta=0,$$

et l'on peut donner une limite de l'erreur commise et choisir le nombre n en vue de l'approximation désirée.

(1) *Annales de l'Observatoire de Paris*, t. XV.

» Considérons une des intégrales dans le second membre de l'équation

$$\frac{1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos ix\cos jy\,dx\,dy}{\sqrt{1+\alpha^2-2\alpha(\mu\cos x+\nu\cos y)}}$$
$$=\frac{1}{n}\sum\frac{1-p^2\alpha^2}{\sqrt{1-p\alpha^2}}\frac{1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos ix\cos jy\,dx\,dy}{1+p^2\alpha^2-2p\alpha(\mu\cos x+\nu\cos y)},$$

et intégrons par rapport à x par exemple. En déterminant une quantité a inférieure à l'unité par la condition

$$\frac{2p\mu\alpha}{1+p^2\alpha^2-2p\alpha\nu\cos y}=\frac{2a}{1+a^2},$$

et ayant égard au résultat connu,

$$\int_0^{2\pi}\frac{(1-a^2)\cos ix\,dx}{1+a^2-2a\cos x}=2\pi a^i,$$

on aura

$$\frac{1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos ix\cos jy\,dx\,dy}{1+p^2\alpha^2-2p\alpha(\mu\cos x+\nu\cos y)}=\frac{1}{p\mu\alpha}\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{2a^{i+1}\cos jy\,dy}{1-a^2},$$

a tenant la place de

$$\frac{1+p^2\alpha^2-2p\alpha\nu\cos y}{2p\alpha\mu}-\sqrt{\left(\frac{1+p^2\alpha^2-2p\alpha\nu\cos y}{2p\alpha\mu}\right)^2-1}.$$

Désignons le premier membre de a par u,

$$a=u-\sqrt{u^2-1},$$

d'où

$$\frac{2a}{1-a^2}=\frac{1}{\sqrt{u^2-1}};$$

on aura, pour les puissances de a,

$$a^i=P_i-Q_i\sqrt{u^2-1},$$

P_i et Q_i étant deux polynômes entiers en u ou en $\cos y$,

$$P_i=\cos i(\operatorname{arc}\cos u),\quad Q_i=\frac{\sin i(\operatorname{arc}\cos u)}{\sin(\operatorname{arc}\cos u)},$$

et l'intégrale se changera dans la somme

$$\frac{1}{p\mu\alpha}\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{P_i\cos jy\,dy}{\sqrt{u^2-1}}-\frac{1}{p\mu\alpha}\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}Q_i\cos jy\,dy.$$

» Comme on peut toujours supposer que j n'est pas le plus petit des deux indices i et j, la seconde partie ne donnera rien.

» Maintenant, a et b étant déterminés par les conditions

$$\frac{2p\alpha\nu}{1+p^2\alpha^2-2p\mu\alpha}=\frac{2\mathrm{a}}{1+\mathrm{a}^2},\quad \frac{2p\alpha\nu}{1+p^2\alpha^2+2p\mu\alpha}=\frac{2\mathrm{b}}{1+\mathrm{b}^2},$$

le radical $\sqrt{u^2-1}$ s'écrit

$$\frac{1}{2\sqrt{\mathrm{ab}}}\frac{\nu}{\mu}\sqrt{(1+\mathrm{a}^2-2\mathrm{a}\cos y)(1+\mathrm{b}^2-2\mathrm{b}\cos y)}$$

et l'on est amené à considérer l'intégrale

$$\frac{2\sqrt{\mathrm{ab}}}{p\alpha\nu}\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos i\left(\arc\cos\dfrac{1+p^2\alpha^2-2p\alpha\nu\cos y}{2p\alpha\mu}\right)\cos jy\,dy}{\sqrt{(1+\mathrm{a}^2-2\mathrm{a}\cos y)(1+\mathrm{b}^2-2\mathrm{b}\cos y)}}.$$

» Or, en s'appuyant sur des résultats obtenus dans une *Note sur les coefficients de Laplace* [1], on peut évaluer les coefficients dans le développement de l'inverse du radical. Ainsi, en posant

$$\frac{1}{\sqrt{(1+\mathrm{a}^2-2\mathrm{a}\cos y)(1+\mathrm{b}^2-2\mathrm{b}\cos y)}}$$
$$=\frac{1}{2}\mathrm{B}_{\frac{1}{2}}^{(0)}+\mathrm{B}_{\frac{1}{2}}^{(1)}\cos y+\mathrm{B}_{\frac{1}{2}}^{(2)}\cos 2y+\ldots+\mathrm{B}_{\frac{1}{2}}^{(l)}\cos ly+\ldots,$$
$$\cos m\zeta=0,\quad q=\mathrm{a}\cos^2\zeta+\mathrm{b}\sin^2\zeta_1,$$

on aura

$$\frac{1}{2}\mathrm{B}_{\frac{1}{2}}^{(l)}=\frac{1}{m}\sum\frac{q^l}{\sqrt{(1-\mathrm{a}q)(1-\mathrm{b}q)}}.$$

» En supposant développé le numérateur de l'intégrale, on aurait une suite telle que

$$a_0\cos jy+\tfrac{1}{2}a_1\cos(j+1)y+\ldots+\tfrac{1}{2}a_i\cos(j+i)y$$
$$+\tfrac{1}{2}a_1\cos(j-1)y+\ldots+\tfrac{1}{2}a_i\cos(j-i)y,$$

ce qui donnerait pour le numérateur de la valeur approchée

$$a_0q^j+a_1q^{j+1}+\ldots+a_iq^{j+i},$$
$$a_0q^j+a_1q^{j-1}+\ldots+a_iq^{j-i}$$

---

[1] *Journal de l'École Polytechnique*, XLVe Cahier.

et peut s'écrire

$$2\cos i\left(\arc\cos\frac{1+p^2\alpha^2-2p\alpha\nu\dfrac{q+q^{-1}}{2}}{2p\alpha\mu}\right)q^j.$$

» En définitive, l'intégrale double s'exprimera par une double moyenne

$$\frac{1}{n}\sum_p\frac{1-p^2\alpha^2}{\sqrt{1-p\alpha^2}}\,\frac{4\sqrt{ab}}{p\alpha\nu}\,\frac{1}{m}\sum_q\frac{\cos i\left(\arc\cos\dfrac{1+p^2\alpha^2-2p\alpha\nu\dfrac{q+q^{-1}}{2}}{2p\alpha\mu}\right)q^j}{\sqrt{(1-aq)(1-bq)}},$$

en supposant $j \geq i$.

» Le cas où $i = 0$ est surtout à noter. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Swift-Brooks, faites avec l'équatorial de 6 pouces* ($0^m,160$) *de Brunner, à l'Observatoire de Lyon;* par M. GONNESSIAT. Transmises par M. Ch. André. (Suite.)

Dates. 1883.	Temps moyen de Lyon.	Δα (☄ — ☆)	α apparente.	Log. fact. par.	Δδ (☄ — ☆)	δ apparente.	Log. fact. par.	Nombre de comp.	Étoiles.
	h m s	m s	h m s		′ ″	° ′ ″			
Mars 5....	8.15.16	−1.27,35	0.31.46,77	$\bar{1}$,682	+ 0.23,8	+31.59.41,1	0,768	10:10	7
12....	7.45.26	−1.20,06	1.34.14,99	$\bar{1}$,677	− 4.29,8	+30.28.22,7	0,703	8:8	8
12....	8.15.21	−1.52,38	1.34.25,18	$\bar{1}$,680	+ 1.44,3	+30.27.57,7	0,741	8:8	9
14....	8.16.58	+1.27,85	1.50.33,50	$\bar{1}$,677	− 4.25,6	+29.42.31,1	0,733	8:8	10
24....	7.56.17	−1.28,93	2.58.49,10	$\bar{1}$,645	− 2. 1,5	+24.48. 7,2	0,708	6:6	11
26....	8. 7.19	−0.28,79	3. 8.46,84	$\bar{1}$,643	− 0.54,9	+23.54.56,7	0,721	4:6	12
28....	7.58.54	+0.21,45	3.19. 3,93	$\bar{1}$,638	− 3.26,8	+22.54. 6,3	0,717	10:10	13
29....	8. 8.18	+2.23,05	3.24. 0,07	$\bar{1}$,640	− 0.16,6	+22.23.41,1	0,727	10:10	14
Avril 3....	8.22. 8	−1.32,76	3.46.23,47	$\bar{1}$,637	+11.32,2	+19.56.48,7	0,747	6:6	15
7....	8.23.21	−0. 7,77	4. 2. 3,78	$\bar{1}$,634	− 0.48,8	+18. 6.44,5	0,756	10:10	16

Positions des étoiles de comparaison.

Étoiles.	α moy. 1883,0.	Réduction au jour.	δ moy. 1883,0.	Réduction au jour.	Autorité.
	h m s	s	° ′ ″	″	
7....	0.33.13,84	+0,28	+31.59.12,0	+5,3	W. 0ʰ, 822
8....	1.35.34,54	+0,51	+30.32.48,6	+3,9	W. 1ʰ, 784; R, 388
9....	1.36.17,05	+0,51	+30.26. 9,5	+3,9	W. 1ʰ, 802-3; R_1, 397
10....	1.49. 5,11	+0,54	+29.46.53,3	+3,4	W. 1ʰ, 1100-2
11....	3. 0.17,31	+0,72	+24.50. 8,7	»	BB. IV + 24°, 435
12....	3. 9.14,90	+0,73	+23.55.52,2	−0,6	W. 3ʰ, 161
13....	3.18.41,75	+0,73	+22.57.34,3	−1,2	BB. IV + 22°, 484
14....	3.21.36,28	+0,74	+22.23.59,2	−1,5	$\frac{1}{3}$(2 Wash. 1428 + R. 861)
15....	3.47.55,47	+0,76	+19.45.19,7	−3,2	W. 3ʰ, 1013
16....	4. 1.55,24	+0,77	+18. 7.37,5	−4,2	Comparée à 16′
16′....	4. 3.55,96	»	+18. 7. 0,7	»	$\frac{1}{5}$(W. 4ʰ 10-1 + 4 R, 1102)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Loi des périodes* (suite);
par M. E. DE JONQUIÈRES [1].

« VI. Après avoir fait connaître la loi de la *composition* des périodes, il me reste à dévoiler le secret de leur *formation*.

» Je supposerai que $2a$ et d sont premiers entre eux, dans l'expression générale $E = \overline{an}^2 + dn$.

» En effectuant l'opération de la recherche du plus grand commun diviseur entre $2a$ et d, désignons par

$$r, t, l, u, v, x, y, z, w, \ldots$$

la partie entière des quotients, et par

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi, \rho, \pi, \chi, \ldots$$

les restes correspondants des divisions successives. La loi dont il s'agit se formule très simplement ainsi :

» THÉORÈME XVI. — 1° *Les nombres r, t, l, u, ... sont les termes consécutifs communs à chacune des deux branches des périodes de tous les nombres* (E) *qui ne sont pas exceptés par la réserve spécifiée au théorème* IX [laquelle concerne un certain nombre, très limité, des valeurs *initiales* de n], *jusques et y compris le quotient qui a zéro pour reste correspondant, si le rang que ce quotient occupe dans la série est* impair. *Dans le cas où cette dernière condition ne se trouve pas satisfaite d'elle-même, les deux derniers quotients et l'avant-dernier reste sont modifiés* (d'une manière permise qui sera précisée ci-après), *de façon que le reste zéro soit reculé au rang impair qui suit celui où il se présentait.*

» 2° *Les termes ainsi obtenus sont immédiatement suivis, dans les périodes du groupe régulier* (E_1), *par un terme central dont la valeur numérique est* $\frac{2an - 2\theta d}{d^2}$, *$\theta$ étant une fonction rationnelle et entière de t, l, u, v, x, ... dont l'expression est donnée par le théorème* XVII, *et où r n'entre pas.*

» 3° *Les demi-périodes du groupe* (E_1) *sont donc paires, et par conséquent le nombre des termes des périodes est toujours un multiple de 4, non inférieur à 8.*

» VII. D'après les notations adoptées, on a

$$2a = dr + \alpha, \quad d = \alpha t + \beta, \quad \alpha = \beta l + \gamma, \quad \ldots.$$

---

[1] Voir *Comptes rendus*, séance du 9 avril.

» Lorsque l'un des restes est égal à l'unité, ce qui arrive nécessairement au bout d'un nombre limité de divisions successives, le quotient qui suit est égal au reste qui précède celui-là, tandis que le reste qui lui correspond est nul. Mais, si cette dernière circonstance se présente pour une division d'ordre pair, on diminuera le quotient d'une unité, ce qui fournira un reste égal à 1 et, par suite, une division de plus à effectuer. Cette dernière opération aura donc la forme $w = 1 \times 1 + 0$. Cet artifice de calcul, qui n'altère pas le résultat, *est de rigueur*, parce que le terme central [ou son équivalent dans les groupes autres que (E_1)] ne peut apparaître qu'à un rang pair, et cela pour une raison dont l'explication m'entraînerait au delà des limites qui me sont accordées ici.

» Arrivée à ce point, la période ne peut se continuer *algébriquement*, c'est-à-dire en conservant son caractère de généralité, si ce n'est pour les valeurs de n satisfaisant à la congruence $2an \equiv 2\theta d \pmod{d^2}$, ou à l'égalité $n = i'd + kd^2$.

» Pour les valeurs n autres que celles-là, l'influence *numérique* de n se substitue à celle, jusque-là exclusive, de $\frac{2a}{d}$, et les périodes prennent tout à coup, mais temporairement, un caractère d'individualité indépendante, qui se pliera de nouveau à la loi commune dans les derniers termes.

» VIII. Si l'on considère particulièrement le groupe (E_1) et qu'on écrive, pour abréger,

$$\theta_1 = t, \quad \theta_2 = lt + 1, \quad \theta_3 = u\theta_2 + \theta_1,$$
$$\theta_4 = v\theta_3 + \theta_2, \quad \ldots, \quad \theta_{m+1} = \xi\theta_m + \theta_{m-1},$$

suite dont la loi de récurrence est manifeste, on a ce théorème :

Théorème XVII. — *Le nombre constant θd, qui entre dans le numérateur du terme central du groupe (E_1), a pour valeur numérique :*

θ_1,	*lorsque la période se compose de*	huit *termes ;*
θ_3,	»	douze *termes ;*
θ_5,	»	seize *termes ;*
.....	.....	..... ;
θ_{2m+1}	»	$4(m+2)$ *termes.*

» IX. Prenons comme exemple la famille de nombres

$$E = \overline{1000n}^2 + 257n.$$

En recherchant le plus grand commun diviseur entre 2000 et 257, on

trouve

$$2000 = 7.257 + 201, \quad 257 = 1.201 + 56, \quad 201 = 3.56 + 33,$$
$$56 = 1.33 + 23, \quad 33 = 1.23 + 10, \quad 23 = 2.10 + 3, \quad 10 = 3.3 + 1$$

» Là l'opération suivante donnerait $3 = 3.1 + 0$; mais, comme ce reste se présenterait au huitième rang, le quotient 3 ne saurait être un terme de la période, parce que ce rang est pair. On écrira donc $3 = 2.1 + 1$ et enfin $1 = 1.1 + 0$.

» On aura ainsi placé le reste 0 au neuvième rang, sans altérer le calcul. Les neuf premiers termes communs aux nombres de la famille (E), qui sont aussi les neuf avant-derniers, sont donc 7, 1, 3, 1, 1, 2, 3, 2, 1, et le terme central qui les suit dans le groupe (E_1) est ici $\frac{2000n - 358.257}{\overline{257}^2}$.

» Mais, pour que ces neuf termes appartiennent à la période d'un des nombres (E), il faut qu'on ait ici $n > 56$. Pour les huit premiers, la limite s'abaisse à $n > 43$; pour les sept premiers, à $n > 1$; enfin les six termes 7, 1, 3, 1, 1, 2 sont communs à tous sans exception. Cette condition s'exprime, en général, par l'inégalité $n > \frac{(D+i)B + (a+C)D}{D^2}$, B, C, D, i étant des nombres entiers déterminés pour chaque terme et connus *a priori*.

» X. J'aurais encore à parler des groupes (E_d) et à présenter diverses remarques curieuses sur les points que je viens de traiter. On les trouvera, avec les démonstrations, dans le Mémoire justificatif. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les groupes de transformation des équations différentielles linéaires.* Note de M. **E. Picard**, présentée par M. Hermite.

« Les analogies entre les équations différentielles linéaires et les équations algébriques ont été depuis longtemps signalées et poursuivies dans des directions différentes. On n'a pas cependant, je crois, cherché à développer pour les équations linéaires une théorie analogue à celle qui a été donnée par Galois pour les équations algébriques. En employant une méthode présentant la plus grande analogie avec celle dont a fait usage l'illustre géomètre, on arrive à une proposition qui semble correspondre au théorème fondamental de Galois, et l'on est ainsi conduit à la notion de ce que j'appellerai le groupe de transformations linéaires correspondant à l'équation différentielle. J'emploie cette expression de groupe de transformations déjà employée par M. Sophus Lie dans son Mémoire si remarquable [*Theorie der*

Transformations-Gruppen (*Math. Annal.*, t. XVI)], afin de distinguer ce groupe de celui que l'on appelle généralement le groupe de l'équation linéaire.

» Soit

$$(1) \qquad \frac{d^m y}{dx^m} + p_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \ldots + p_m y = 0$$

une équation linéaire à coefficients rationnels et à intégrales régulières. Désignons par $y_1, y_2, \ldots, y_m$ un système fondamental d'intégrales, et considérons l'expression

$$\begin{aligned} V = A_{11} y_1 + A_{12} y_2 + \ldots + A_{1,m} y_m \\ + A_{2,1} \frac{dy_1}{dx} + \ldots + A_{2,m} \frac{dy_m}{dx} + \ldots + A_{m,m} \frac{d^{m-1} y_m}{dx^{m-1}}, \end{aligned}$$

où les m^2 lettres A désignent des fractions rationnelles quelconques de x. Cette fonction V satisfait à l'équation linéaire d'ordre m^2

$$(2) \qquad \frac{d^{m^2} V}{dx^{m^2}} + P_1 \frac{d^{m^2-1} V}{dx^{m^2-1}} + \ldots + P_{m^2} V = 0;$$

on a d'ailleurs

$$\begin{aligned} y_1 &= \alpha_1 V + \alpha_2 \frac{dV}{dx} + \ldots + \alpha_{m^2-1} \frac{d^{m^2-1} V}{dx^{m^2-1}}, \\ y_2 &= \beta_1 V + \ldots \qquad + \beta_{m^2-1} \frac{d^{m^2-1} V}{dx^{m^2-1}}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ y_m &= \lambda_1 V + \ldots \qquad + \lambda_{m^2-1} \frac{d^{m^2-1} V}{dx^{m^2-1}}, \end{aligned}$$

où les $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$ sont rationnelles.

» A toute intégrale V de l'équation (2) correspond un système d'intégrales $y_1, y_2, \ldots, y_m$; ce système sera fondamental si V ne satisfait pas à une certaine équation différentielle

$$(3) \qquad A\left(V, \frac{dV}{dx}, \ldots, \frac{d^k V}{dx^k}\right) = 0,$$

que l'on obtiendra précisément en supposant qu'entre $y_1, y_2, \ldots, y_m$ existent une ou plusieurs relations linéaires.

» Ceci posé, supposons que l'équation différentielle d'ordre p

$$(4) \qquad f\left(x, V, \frac{dV}{dx}, \ldots, \frac{d^p V}{dx^p}\right) = 0$$

(f représentant une fonction rationnelle), irréductible au sens employé

par M. Kœnigsberger (*Théorie des équations différentielles*, 1882), c'est-à-dire n'ayant aucune solution commune avec une équation de même forme et d'ordre moindre, ait une intégrale commune et, par suite, toutes ses intégrales communes avec l'équation (2). L'équation (4), supposée différente de l'équation (3), n'aura avec celle-ci aucune solution commune, et, par suite, à chaque solution de l'équation (4) correspond un système d'intégrales fondamentales pour l'équation linéaire proposée.

» Soit donc $y_1, y_2, \ldots, y_m$ le système fondamental correspondant à une certaine solution v de l'équation (4), et $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ le système correspondant à une solution quelconque V de la même équation; on aura

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \ldots + a_{1,m}y_m, \\ Y_2 &= a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \ldots + a_{2,m}y_m, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ Y_m &= a_{m,1}y_1 + a_{m,2}y_2 + \ldots + a_{m,m}y_m, \end{aligned}$$

et les a seront des fonctions algébriques de P paramètres arbitraires. L'ensemble de toutes ces substitutions est le groupe de transformations linéaires relatif à l'équation différentielle (1) : nous le désignerons par G.

» On peut établir, à l'égard de ce groupe, la proposition suivante, qui est l'analogue du théorème fondamental de Galois dans la théorie des équations algébriques :

» *Toute fonction rationnelle de x et de $y_1, y_2, \ldots, y_m$, ainsi que de leurs dérivées, s'exprimant rationnellement en fonction de x reste invariable quand on effectue sur $y_1, y_2, \ldots, y_m$ les substitutions du groupe* G.

» Considérons, en effet, une telle fonction, en y remplaçant $y_1, y_2, \ldots, y_m$ par leur valeur en fonction de V et égalant à une fonction rationnelle; on aura

$$F\left(x, V, \frac{dV}{dx}, \ldots, \frac{d^pV}{dx^p}\right) = R(x),$$

F et R étant rationnelles, et cette équation devra coïncider avec l'équation (4), à cause de l'irréductibilité de cette dernière, d'où l'on conclut le théorème énoncé.

» A ce théorème il faut joindre sa réciproque, que nous ne ferons qu'énoncer :

» *Toute fonction rationnelle de x et de $y_1, y_2, \ldots, y_m$, ainsi que de leurs dérivées, qui reste invariable par les substitutions du groupe G est une fonction rationnelle de x.*

» Une question se pose maintenant : celle de la recherche des groupes

de transformations linéaires algébriques, c'est-à-dire dont les coefficients sont fonctions algébriques d'un certain nombre de paramètres arbitraires; c'est une question sur laquelle je me réserve de revenir, en prenant pour point de départ les résultats généraux sur les groupes de transformations donnés par M. Lie dans le beau Mémoire dont j'ai parlé plus haut.

» Donnons, en terminant, un exemple bien simple. Soit l'équation

$$(x - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{x}{2}\frac{dy}{dx} + \alpha^2 y = 0,$$

où α est une constante, équation qui est un cas particulier de l'équation de Gauss. Son groupe de transformations sera donné par les équations

$$Y_1 = \lambda y_1 + \sqrt{1 - \lambda^2}\, y_2,$$
$$Y_2 = \sqrt{1 - \lambda^2}\, y_1 - \lambda y_2,$$

où λ est un paramètre arbitraire, et pour deux intégrales convenables y_1 et y_2 et toutes celles qui s'en déduisent par ces substitutions, on a

$$y_1^2 + y_2^2 = 1. \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions à espaces lacunaires.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« Dans une Note récente, M. Goursat, généralisant un résultat de M. Picard, a montré qu'une fonction uniforme admettant n coupures *séparées* peut être regardée comme la somme de n fonctions, admettant chacune une seule coupure. Le théorème que j'ai l'honneur de communiquer aujourd'hui à l'Académie est analogue à celui de M. Goursat. Ce qui lui donne peut-être quelque intérêt, c'est qu'il jette une certaine lumière sur le mode d'existence des fonctions à espaces lacunaires.

» Considérons le plan des x comme divisé en deux parties par l'axe des quantités réelles. Soit $f(x)$ une fonction n'existant que dans la partie supérieure et étant partout holomorphe dans cette partie; soit $f_1(x)$ une fonction n'existant que dans la partie inférieure et étant partout holomorphe dans cette partie. La moitié inférieure du plan est pour $f(x)$, la moitié supérieure pour $f_1(x)$, un espace lacunaire. Je dis que je pourrai trouver deux fonctions $\varphi(x)$ et $\psi(x)$ jouissant des propriétés suivantes : elles existeront dans tout le plan; la somme $\varphi + \psi$ sera égale à f dans la moitié supérieure du plan et à f_1 dans la moitié inférieure. La fonction φ admettra

pour coupure le segment $(-1, +1)$ et la fonction ψ admettra les deux coupures $(-\infty, -1)$ et $(+1, +\infty)$.

» En effet, désignons par la notation $F(x)$ une fonction qui sera égale à f dans la partie supérieure du plan et à f_1 dans la partie inférieure. Décrivons sur le segment $(-1, +1)$ comme diamètre une circonférence C qui aura pour centre l'origine et pour rayon l'unité. On démontre aisément qu'on peut toujours trouver deux fonctions entières $G(x)$ et $G'(x)$ telles que

$$F(x)\theta(x) = F(x)\left[e^{G\left(\frac{1}{x-1}\right)+G'\left(\frac{1}{x+1}\right)}\right]$$

tende vers o quand x tend vers -1 ou vers $+1$ *en suivant la circonférence* C.

» Cela posé, si l'on pose $x = \rho e^{i\omega}$ et qu'on fasse $\rho = 1$, $F(x)\theta(x)$ sera une fonction de ω développable par la formule de Fourier, de sorte que

$$F(x)\theta(x) = \Sigma c_m \cos m\omega + \Sigma d_m \sin m\omega,$$

ou bien, en supposant toujours $\rho = 1$,

$$F(x)\theta(x) = \Sigma a_m x^{-m} + \Sigma b_m x^m;$$

posons

$$\varphi(x)\theta(x) = \Sigma a_m x^{-m}, \quad \psi(x)\theta(x) = \Sigma b_m x^m.$$

» Ces développements ne définissent la fonction φ qu'à l'extérieur et la fonction ψ qu'à l'intérieur du cercle C. Mais il est aisé de définir ces fonctions pour toute l'étendue du plan, à l'exception de leurs coupures respectives. Soit, par exemple, à définir la fonction $\varphi(x)$ pour un point x situé dans la moitié supérieure du plan. Soit AMB un arc du cercle C situé tout entier dans la moitié supérieure. Soit BNA ce qui reste de C quand on en a enlevé cet arc AMB. Soit APC un arc de courbe ne coupant pas l'axe des quantités réelles et laissant le point x en dehors; on définira $\varphi(x)$ de la façon suivante : on posera

$$2i\pi\varphi(x)\theta(x) = \int \frac{F(z)\theta(z)\,dz}{z-x},$$

l'intégrale étant prise le long du contour APBNA. On posera ensuite

$$\psi(x) = F(x) - \varphi(x)$$

et les fonctions φ et ψ ainsi définies satisferont aux conditions énoncées.

» Il est clair d'ailleurs que ce qui précède s'applique au cas où la fonc-

tion $f(x)$, au lieu d'être limitée par l'axe des quantités réelles, admettrait un espace lacunaire quelconque.

» Voici le point sur lequel je désirerais attirer l'attention. On pourrait croire qu'il existe une fonction $f_1(x)$ qui serait le prolongement naturel de $f(x)$ dans la moitié inférieure du plan, de telle sorte que, si deux fonctions φ et ψ existant dans tout le plan ont pour somme f dans la moitié supérieure, elles devront avoir pour somme f_1 dans la moitié inférieure. Il n'en est rien; je puis choisir tout à fait arbitrairement les deux fonctions f et f_1; de sorte que f n'a pas à proprement parler de *prolongement naturel* au delà de l'axe des quantités réelles. C'est le résultat auquel conduisait déjà l'étude des développements infinis.

» On pourrait se demander ce qui arriverait si l'axe des quantités réelles était pour f et pour f_1 une limite artificielle et non une *limite naturelle*, si, par exemple, on prenait $f = 1$ et $f_1 = 0$. Les coupures des fonctions φ et ψ seraient alors aussi des *coupures artificielles* et, si l'on voulait les prolonger au delà de ces coupures par la série de Taylor, elles cesseraient d'être uniformes. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation du théorème de Fermat.* Note de M. **Picquet**, présentée par M. Hermite.

« On sait que les $3m$ points d'intersection d'une cubique plane avec une courbe du degré m ne sont pas arbitraires. Bien qu'il faille plus de $3m$ points pour déterminer une courbe du degré m, on n'en peut prendre arbitrairement sur une cubique plus de $3m - 1$, au moyen desquels le dernier se trouve complètement déterminé. Lorsqu'on exprime, suivant l'une des méthodes connues, les coordonnées d'un point variable de la courbe en fonction doublement périodique d'un argument, cette propriété se traduit par une relation entre les arguments des $3m$ points d'intersection : Clebsch a fait voir que leur somme est constante; et si l'on emploie, par exemple, la méthode de M. Hermite, la constante est égale à m fois la somme des infinis de x et y. On peut donc supposer que la courbe C_m ait en un point donné $3m - 1$ points consécutifs confondus sur la cubique : elle n'est pas déterminée; mais, quelle qu'elle soit, elle rencontre la cubique en un dernier point qui est fixe. Si l'on opère sur ce point comme sur le premier, et ainsi de suite, on obtiendra une espèce particulière de polygones curvilignes, fermés si le premier sommet est convenablement choisi, dont les côtés sont indéterminés, mais dont les sommets sont parfaitement déterminés; qui sont à

la fois inscrits et circonscrits à la cubique, circonscrits par des contacts d'ordre $3m-2$. Le nombre total des sommets des polygones de n côtés répondant à la question se calcule aisément à l'aide de la représentation elliptique des points de la courbe; il est égal à $[(3m-1)^n-(-1)^n]^2$.

» Mais il renferme des solutions étrangères provenant de tous les polygones dont le nombre des côtés est un diviseur quelconque de n. Dans le dénombrement de ces solutions intervient une fonction arithmétique, très curieuse, dont la définition est la suivante. Soient x et n deux entiers quelconques, soient $a, b, c, \ldots, l$ les facteurs premiers de n; cette fonction est

$$\Sigma_n(x) \equiv x^n - \Sigma x^{\frac{n}{a}} + \Sigma x^{\frac{n}{ab}} - \Sigma x^{\frac{n}{abc}} + \ldots \pm x^{\frac{n}{abc\ldots l}},$$

où les signes Σ qui figurent dans le second membre s'appliquent respectivement à tous les exposants dans les dénominateurs desquels les facteurs premiers de n figurent en même nombre. Si n est premier, on a

$$\Sigma_n(x) \equiv x^n - x \equiv x(x^{n-1}-1):$$

c'est la fonction de Fermat, qui est toujours divisible par n.

» Cela posé, on trouve pour le nombre propre des sommets des polygones $[m, n]$ l'expression

$$\Sigma_n[(3m-1)^2] - 2\Sigma_n(1-3m),$$

qui est divisible par n, le quotient devant être le nombre même des polygones. Mais on peut obtenir un résultat en même temps plus simple et plus général par l'étude de ceux de ces polygones pour lesquels l'argument des sommets a sa partie réelle ou sa partie imaginaire constante. On peut, par exemple, comme l'a fait Klein (¹), imaginer dans le plan deux systèmes de courbes, les *courbes méridiennes* et les courbes de *latitude*, le long desquelles la partie réelle, pour les premières, la partie imaginaire de l'argument pour les autres, est constante. On trouve alors que *le nombre des courbes de chaque système sur lesquelles sont répartis les sommets des polygones $[m, n]$ est égal à $(3m-1)^n-(-1)^n$; qu'en général un polygone change de courbe d'un sommet à l'autre et n'a jamais deux sommets sur la même courbe; que le contraire a lieu pour les courbes dont le rang est un multiple de*

$$\frac{1}{3m}[(3m-1)^n-(-1)^n],$$

(¹) *Ueber eine neue Art der Riemann'schen Flächen* (*Math. Ann.*, t. VII, p. 558).

sur lesquelles sont répartis les points de coïncidence x_m [1], *et en outre un nombre de sommets égal à* $\Sigma_n(3m-1)$; *qu'enfin parmi ces dernières se trouvent, comme courbes de latitude, la branche à inflexions de la cubique, et, si* m *est pair, l'ovale, lorsqu'il existe,* d'où l'on conclut que $\Sigma_n(3m-1)$ *est divisible par* n, quels que soient les entiers m et n, et que *le quotient est le nombre des polygones à sommets réels situés sur la branche à inflexions, tandis qu'il y en a autant sur l'ovale, lorsqu'il existe et que* m *est pair.*

» Ainsi l'expression $\Sigma_n(3m-1)$ est divisible par n. Nous avions énoncé ce théorème au Congrès de Montpellier, dans le cas très particulier où $m=1$. M. Sylvester, qui n'a pu en avoir connaissance, puisque la Communication n'a figuré aux comptes rendus du Congrès que par son titre, l'a reproduite dans un très intéressant Mémoire [2] et dans le même cas particulier. Il y a ajouté un commentaire que nous ne pouvons nous dispenser de reproduire, non seulement à propos de la généralisation que nous venons d'indiquer, mais à propos de celle qui va suivre; il a dit que cet exemple de l'intervention de la Géométrie pure dans la théorie des nombres est sans précédent dans l'histoire des Mathématiques.

» On peut étendre le théorème au cas d'un entier quelconque x, qui soit ou non de la forme $3m-1$. Il suffit pour cela de s'appuyer sur quelques propriétés, presque évidentes, de la fonction arithmétique $\Sigma_n(x)$, qui sont les suivantes :

» 1° Si l'on désigne par ν, x et α trois entiers quelconques et par a un nombre premier, on a

$$\Sigma_{\nu a^\alpha}(x) = \Sigma_\nu(x^{a^\alpha}) - \Sigma_\nu(x^{a^{\alpha-1}}).$$

» 2° Si n ne renferme qu'un facteur premier, on a, par définition,

$$\Sigma_n(x) = x^{\frac{n}{a}}\left[x^{n\left(1-\frac{1}{a}\right)} - 1\right].$$

» 3° Ces deux propriétés caractérisent la fonction.

» 4° $\Sigma_n(x) - \Sigma_n(y)$ est divisible par $x-y$.

» D'après cela, supposons l'entier x de la forme $3m+1$. Alors, si n est de la forme $3m-1$, l'expression $\Sigma_n(x+2n) - \Sigma_n(x)$ est divisible par $2n$.

---

(1) M. Halphen a donné le nom de *points de coïncidence* x_m sur une cubique à ceux suivant lesquels, exceptionnellement, il existe une courbe du degré m dont les $3m$ points d'intersection avec la cubique sont confondus.

(2) *On certain ternary cubic-form equations* (*Am. J. of Math.*, t. II, p. 357, et t. III, p. 58).

Mais $x + 2n$ est de la forme $3m - 1$; $\Sigma_n(x + 2n)$ est donc divisible par n, et, par suite, $\Sigma_n(x)$. Si n est de la forme $3m + 1$, on arrivera au même résultat au moyen de la différence $\Sigma_n(x + n) - \Sigma_n(x)$.

» Si x est multiple de 3, on considérera la seconde différence lorsque n sera de la forme $3m - 1$, et la première si n est de la forme $3m + 1$.

» Enfin, si n est multiple de 3, on posera $n = 3^\alpha \nu$, ν étant premier avec 3, d'où

$$\Sigma_{3^\alpha \nu}(x) = \Sigma_\nu(x^{3^\alpha}) - \Sigma_\nu(x^{3^{\alpha-1}}),$$

ce qui prouve que $\Sigma_n(x)$ est divisible par ν, puisque ν n'est pas multiple de 3. De plus, la différence qui est au second membre est divisible par

$$x^{3^\alpha} - x^{3^{\alpha-1}} \equiv x^{3^{\alpha-1}}(x^{2.3^{\alpha-1}} - 1) \equiv x^{3^{\alpha-1}}(x^{3^{\alpha-1}} - 1)(x^{3^{\alpha-1}} + 1),$$

d'où l'on conclut qu'elle est toujours divisible par 3^α; à cause du premier facteur, si x est multiple de 3; à cause du second, si x est de la forme $3m + 1$. On a donc, en tout cas, ce théorème, qui généralise celui de Fermat.

» *L'expression*

$$\Sigma_n(x) \equiv x^n - \Sigma x^{\frac{n}{a}} + \Sigma x^{\frac{n}{ab}} - \ldots \pm x^{\frac{n}{ab\ldots l}},$$

où a, b, ..., l sont les facteurs premiers de n, est divisible par n, quels que soient les entiers n et x. »

THERMOCHIMIE. — *Sur la chaleur de combinaison des glycolates et la loi des constantes thermiques de substitution.* Note de M. D. Tommasi.

« La Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie (¹) sur la chaleur de combinaison des glycolates avait uniquement pour objet de montrer, par un nouvel exemple, l'exactitude et la généralité de la loi que j'ai énoncée sur les constantes thermiques de substitution. Je n'ai jamais eu la pensée de diminuer en aucune façon le mérite des recherches expérimentales de M. de Forcrand (²), et encore moins de me les approprier.

» On a prétendu que cette loi était déjà connue; mais, si elle était connue, pourquoi ne figure-t-elle dans aucun Ouvrage de Chimie ou de Physique? M. Berthelot n'en mentionne pas l'existence dans son traité de *Mé-*

(¹) *Comptes rendus*, séance du 19 mars 1883.

(²) *Ibid.*, séance du 26 mars 1883.

canique chimique; elle n'a d'ailleurs jamais servi à contrôler ni à prévoir une donnée thermique.

» Si la loi que j'ai énoncée était inconnue, je ne comprends pas que la priorité de sa découverte puisse m'être contestée.

» M. de Forcrand pense que les résultats qu'il a obtenus « n'étaient nullement prévus et calculables *a priori* ». Il est cependant indiscutable que j'ai prévu et *calculé* d'avance les résultats auxquels il est parvenu. J'ai d'ailleurs fourni un moyen simple de soumettre à une nouvelle épreuve l'exactitude de la loi, en donnant *a priori* la chaleur de combinaison d'un certain nombre de glycolates. »

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie les résultats obtenus par M. Wroblewski sur l'oxygène et l'azote, qu'il est parvenu à liquéfier, en faisant usage des excellents appareils et des méthodes délicates mis à la disposition des chimistes par notre éminent Correspondant M. Cailletet.

La liquéfaction de l'oxygène, annoncée simultanément par MM. Cailletet et Raoul Pictet, fit événement, et, parmi nos Confrères, beaucoup ont pu voir à cette époque, à l'École Normale, M. Cailletet procéder, d'une manière qu'il est permis d'appeler élégante, à la conversion de l'oxygène gazeux en gouttelettes liquides, sous l'influence d'une pression considérable et d'un grand refroidissement. L'existence de ces gouttelettes était passagère. M. Wroblewsky, après avoir assisté aux expériences de M. Cailletet et s'être familiarisé avec le maniement de ses appareils, ayant introduit dans leur emploi une modification heureuse, a pu obtenir l'oxygène sous forme d'un liquide permanent, comme on va le voir dans les documents suivants. On pourra donc en étudier les propriétés sous cette forme.

CHIMIE. — *Sur la liquéfaction de l'oxygène et de l'azote, et sur la solidification du sulfure de carbone et de l'alcool.* Note de MM. **S. Wroblewski** et **K. Olszewski**, présentée par M. Debray.

La dépêche suivante a été adressée en premier lieu par M. Wroblewski à M. Debray le 9 avril :

« Oxygène liquéfié, complètement liquide, incolore comme l'acide carbonique. Vous recevrez une Note dans quelques jours. »

M. **Debray** donne lecture de la Note qu'il a reçue depuis :

« Les beaux travaux de MM. Cailletet et Raoul Pictet sur la liquéfaction des gaz ont permis d'espérer qu'un jour on arriverait à pouvoir observer l'oxygène réduit à l'état liquide dans un tube de verre, ainsi que cela se fait à présent pour l'acide carbonique. La condition était seulement d'obtenir une température suffisamment basse. M. Cailletet, dans une Note publiée il y a un an ([1]), a recommandé l'éthylène liquéfié comme un moyen pour obtenir un froid très intense. Ce liquide, *sous la pression d'une atmosphère*, bout à —105°C., si l'on mesure la température avec un thermomètre à sulfure de carbone. Ayant comprimé l'oxygène dans un tube peu capillaire et refroidi dans ce liquide à —105°C., M. Cailletet a observé au moment de la détente « une ébullition tumultueuse qui persiste pendant un » temps appréciable et ressemble à la projection d'un liquide dans la par- » tie du tube refroidie. Cette ébullition se forme à une certaine distance » du fond du tube. Je n'ai pu reconnaître, ajoute M. Cailletet, si ce liquide » préexiste ou s'il se forme au moment de la détente, car je n'ai pu voir » encore le plan de séparation du gaz et du liquide. »

» Ayant profité d'un appareil nouveau, construit par l'un de nous ([2]) et qui permet de mettre des quantités de gaz relativement considérables sous des pressions de quelques centaines d'atmosphères, nous nous sommes proposé d'étudier les températures que présentent les gaz pendant la détente. Ces expériences nous ont menés bientôt à la découverte d'une température à laquelle le sulfure de carbone et l'alcool se laissent geler, et à laquelle l'oxygène se liquéfie complètement avec une très grande facilité.

» *On obtient cette température en laissant bouillir l'éthylène dans le vide.* La température dépendant du degré du vide obtenu, le minimum que nous avons pu obtenir jusqu'à présent est — 136°C. Nous avons déterminé cette température, comme toutes les autres, avec un thermomètre à hydrogène.

» La température critique de l'oxygène est plus basse que celle à laquelle bout l'éthylène sous la pression atmosphérique. Cette dernière n'est pas —105°C., comme on l'a admis jusqu'à présent, mais elle se trouve entre —102°C. et —103°C., comme nous l'avons trouvé avec nos thermomètres.

([1]) Voir *Comptes rendus*, t. XCIV, p. 1224-1226.

([2]) M. Wroblewski.

» D'une série d'expériences, que nous avons exécutées le 9 avril, nous donnons comme exemple les nombres suivants :

Température.	Pression en atmosphères sous laquelle l'oxygène a commencé à se liquéfier.
$-131°,6$	26,5
$-133,4$	24,8
$-135,8$	22,5

» En publiant ces nombres, nous nous réservons, pour une Note prochaine, la communication de nombres définitifs.

» L'oxygène liquide est incolore et transparent comme l'acide carbonique. Il est très mobile et forme un ménisque très net.

» Quant au sulfure de carbone, il gèle vers $-116°$C. et fond vers $-110°$C. L'alcool devient visqueux comme l'huile vers $-129°$C. et, se solidifiant vers $-130°,5$C., il devient un corps blanc [1]. »

Le 16 avril, une nouvelle dépêche a été adressée par M. Wroblewski :

« Azote refroidi, liquéfié par détente. Ménisque visible, liquide incolore. »

CHIMIE MINÉRALOGIQUE. — *Recherches sur les phosphates.* Note de MM. **P. Hautefeuille** et **J. Margottet**, présentée par M. Debray.

« Nous avons établi, dans une précédente Communication, que l'acide métaphosphorique fondu, en réagissant sur les phosphates ou sur les oxydes amorphes, donne des sels cristallisés dans lesquels les quantités d'oxygène contenues dans l'oxyde et dans l'acide sont entre elles comme 1 : 5. Ce rapport caractérise les métaphosphates.

» Il nous reste à faire connaître les dissolvants que l'on peut employer pour obtenir, à l'état cristallisé, les autres phosphates moins riches en acide phosphorique que les précédents.

» En traitant les métaphosphates par l'acide métaphosphorique fondu, additionné d'une quantité progressivement croissante de phosphate tribasique d'argent, on peut obtenir en très beaux cristaux, non seulement les pyrophosphates et les orthophosphates, mais encore des phosphates intermédiaires.

---

[1] Ces expériences ont été faites au laboratoire de M. Wroblewski, à Cracovie.

» Quand on applique cette méthode à l'étude des phosphates de sesquioxyde, on obtient en outre des sels doubles contenant simultanément un sesquioxyde et de l'oxyde d'argent, mais dans lesquels cette dernière base peut être facilement remplacée par une base alcaline. Ces composés seront ultérieurement l'objet d'une étude complète ; nous ne mentionnerons aujourd'hui que les types

$$2M^2O^3, AgO, 4PhO^5 \quad \text{et} \quad 2M^2O^3, 2AgO, 5PhO^5,$$

dont la production accompagne presque toujours celle des phosphates simples.

» L'alumine nous a déjà fourni presque tous les types que nous venons d'énumérer.

» Nous avons annoncé que le métaphosphate d'alumine $Al^2O^2, 3PhO^5$ cristallise dans l'acide métaphosphorique fondu additionné d'une petite quantité de phosphate tribasique d'argent, et que les cristaux pseudo-cubiques ainsi obtenus sont exempts d'argent.

» Mais, si le phosphate tribasique d'argent se trouve en proportion un peu notable dans le bain en fusion, on obtient, avec le métaphosphate d'alumine, des cristaux biréfringents ayant une action très vive sur la lumière polarisée. Ces derniers se forment, à l'exclusion de ceux de métaphosphate, lorsqu'on ajoute 2 parties d'alumine dans un bain formé de 4,6 parties d'acide métaphosphorique et de 8 parties de phosphate tribasique d'argent. On arrive encore au même résultat en traitant directement les cristaux de métaphosphate d'alumine par trois fois environ leur poids de phosphate tribasique d'argent; ce dernier composé s'enrichit en acide phosphorique aux dépens du sel d'alumine, et l'on se trouve dans les mêmes conditions que précédemment.

» Les cristaux ainsi obtenus sont incolores, d'une transparence parfaite, et dérivent d'un prisme orthorhombique; leur composition répond à la formule $2Al^2O^3, AgO, 4PhO^5$.

» Ce phosphate double est une des plus belles matières qu'on puisse obtenir par la voie sèche. Sa cristallisation rapide est la conséquence de son peu de stabilité dans le mélange fondu.

» En effet, un léger excès d'acide métaphosphorique donne naissance à des cristaux clinorhombiques de pyrophosphate d'alumine, $Al^2O^3, 2PhO^5$, exempts d'argent; tandis qu'un excès de phosphate tribasique d'argent transforme les cristaux primitifs, ou ceux de pyrophosphate, en octaèdres

aigus qui semblent dériver d'un prisme clinorhombique, et qui répondent à la formule $2Al^2O^3, 3PhO^5$.

» Il s'en faut de beaucoup que la liste des phosphates que l'on peut obtenir par cette méthode soit complète; mais nous pensons que les exemples rapportés ci-dessus suffisent pour démontrer que l'action progressive du phosphate d'argent sur le métaphosphate d'alumine peut donner successivement tous les autres phosphates d'alumine, ainsi que les phosphates doubles d'alumine et d'argent. Tous les composés que nous avons obtenus ont d'ailleurs des formes cristallines tellement nettes que l'examen au microscope suffit seul pour les caractériser.

» Les sesquioxydes de fer et de chrome, ainsi que leurs phosphates amorphes, donnent également de nombreux phosphates cristallisés lorsqu'on les traite par des mélanges convenables d'acide métaphosphorique et de phosphate d'argent; nous ne parlerons ici que des sels doubles ayant pour formule $2AgO, 2M^2O^3, 5PhO^5$.

» Le phosphate double de fer et d'argent s'obtient en beaux cristaux orthorhombiques, très réfringents et légèrement rosés.

» Le sel de chrome correspondant est en cristaux vert émeraude foncé, dérivant d'un prisme clinorhombique et maclés à la façon du sphène.

» Le phosphate de sesquioxyde d'urane jouit aussi de la propriété de donner des combinaisons très bien cristallisées avec le phosphate d'argent et les phosphates des bases monoxydes. Dans une prochaine Communication, nous les comparerons, au double point de vue de la composition et des formes, avec les minéraux qui contiennent de l'acide phosphorique et de l'urane. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la hausmannite artificielle.* Note de M. **Alex. Gorgeu**, présentée par M. Friedel.

« L'oxyde rouge de manganèse a été obtenu cristallisé à l'aide de procédés différents, indiqués par MM. Daubrée, Debray, H. Deville, Kuhlmann et Bourgeois, mais on ne l'a pas encore obtenu sous forme de cristaux susceptibles d'une mesure exacte dont on pût conclure leur identité avec la hausmannite.

» L'objet de cette Note est de faire connaître un moyen très simple de reproduire artificiellement cet oxyde naturel avec des dimensions qui permettent aisément un examen cristallographique complet.

» Le procédé employé consiste à maintenir le chlorure de manganèse

fondu pendant plusieurs heures au sein d'une atmosphère oxydante chargée de vapeur d'eau.

» Pour réaliser ces conditions, on place un creuset de porcelaine [1] haut de $0^m,03$ environ, contenant le tiers de son volume de chlorure anhydre, dans un autre creuset haut de $0^m,05$ et recouvert d'une lame de platine, dont les bords à demi rabattus dépassent de quelques millimètres le grand creuset, et qui ne repose sur lui que par quelques points.

» Le tout est chauffé au-dessus d'un bec Bunsen ouvert de telle sorte que le chlorure soit maintenu au rouge-cerise et que les gaz qui pénètrent dans l'intérieur de l'appareil ne soient pas réducteurs.

» Il faut éviter une température trop basse, parce que l'oxyde rouge pourrait être mélangé de sesquioxyde ou d'oxychlorure; une température trop élevée, en provoquant un dégagement abondant de vapeurs de chlorure, apporterait ainsi un obstacle à l'entrée des gaz extérieurs, qui sont les agents actifs dans ce procédé.

» Pendant toute la durée de l'expérience, il se dégage de l'acide chlorhydrique, mêlé peut-être de chlore en petite quantité, et il se dépose sur les parois intérieure et extérieure du petit creuset une abondante cristallisation, composée d'octaèdres opaques et doués d'un vif éclat métallique.

» Les cristaux sont d'autant plus gros que l'on a prolongé davantage l'opération, en prenant soin de rajouter de temps en temps du chlorure, afin de remplacer celui qui a été sublimé ou décomposé.

» Une bonne préparation demande au moins cinq à six heures et ne doit être arrêtée, après la dernière addition de chlorure, qu'au moment où le dégagement d'acide chlorhydrique a presque cessé.

» L'oxyde rouge, débarrassé des parties légères à l'aide de quelques décantations rapides, est lavé à l'eau bouillante jusqu'à ce qu'il ne lui cède plus de chlorure et séché au delà de 100°.

» Ainsi préparé, le produit obtenu présente tous les caractères de la hausmannite : soumis à l'action d'une forte chaleur, il ne change pas de poids, quand il a été préparé dans un creuset de platine; sa densité 4,80, prise sur des grains à peu près uniformes, sa dureté 5,5, ainsi que la couleur de sa poussière, sont exactement les mêmes que celles de l'oxyde naturel; enfin cette identité est confirmée par la forme des cristaux.

---

[1] Avec les creusets de platine les cristaux sont plus petits, mais purs; ceux que l'on trouve sur la paroi externe des creusets de porcelaine atteignent parfois $0^{mm},5$, mais ils contiennent un peu de silice.

» M. Emile Bertrand, qui a bien voulu se charger de leur examen, a constaté qu'ils dérivaient du prisme droit à base carrée, comme la hausmannite; qu'ils se présentent sous la forme d'octaèdres aigus b^1 surmontés de l'octaèdre obtus b^3, combinaison habituelle à l'oxyde naturel, enfin que les angles des produits artificiel et naturel sont absolument égaux.

» La présence simultanée des chlorures de potassium, de sodium, de calcium et de baryum ne modifient en rien les réactions qui se passent dans le creuset de platine, nécessaire dans cette expérience : les cristaux sont seulement plus petits, mais ils ne retiennent pas une quantité notable des bases ajoutées.

» Je me suis assuré, par différentes épreuves auxquelles j'ai soumis le chlorure de manganèse, que la formation de l'oxyde rouge résultait de l'action combinée, sur ce sel, de la chaleur, de l'air et de la vapeur d'eau.

» Le chlorure, en effet, maintenu en fusion dans un courant de gaz inerte, d'acide carbonique, n'éprouve sous la seule action de la chaleur aucune altération; lorsque ce gaz est humide, le sel est bien décomposé avec dégagement d'acide chlorhydrique, mais les produits fixes formés sont du protoxyde vert en partie amorphe, en partie cristallisé, et de l'oxychlorure manganeux; l'air sec, dans les mêmes conditions, n'agit que difficilement sur le chlorure, avec production d'oxyde octaédrique brillant et de chlore; ce n'est enfin que par l'emploi d'un courant d'air chargé de vapeur d'eau que l'on voit, ainsi que dans le mode de préparation de la hausmannite artificielle, les cristaux se produire facilement; il sort de l'appareil un mélange d'acide et de chlore.

» Le chlorure de cobalt calciné au-dessus du bec Bunsen, comme le sel de manganèse, donne naissance à de très beaux cristaux dont l'étude fera l'objet d'une prochaine publication. »

CHIMIE. — *Sur le chlorure de pyrosulfuryle.* Note de M. D. **Konovaloff**, présentée par M. Wurtz.

« Les deux Notes que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie concernant les propriétés du chlorure de pyrosulfuryle concernaient un produit obtenu par l'action du chlorure de carbone sur l'anhydride sulfurique. Dans la présente Note, je traiterai des autres procédés d'obtention du chlorure de pyrosulfuryle.

» I. *Action de l'anhydride phosphorique sur le chlorhydrate sulfurique.* — 50^{gr} de chlorhydrate sulfurique ont été mélangés avec une quantité presque

égale d'anhydride phosphorique et chauffés pendant quelques heures au bain-marie. La distillation fractionnée du liquide obtenu a donné une fraction présentant la température d'ébullition constante de 139°,3 (à peu près les deux tiers du liquide total), le reste bouillant entre 139° et 151°. La dernière fraction contenait une quantité considérable de chlorhydrate sulfurique non attaqué, facile à reconnaître par son action sur l'eau. La détermination de la densité de vapeur, exécutée par la méthode de M. V. Meyer, de cette dernière fraction, a donné le nombre 3,7 à 210°. La première fraction, bouillant à 139°,3, décomposée par l'eau et neutralisée dans un essai acidimétrique avec de la baryte (la phénolphtaléine étant l'agent indicateur) a donné les résultats suivants :

Poids de la substance employée.............. 0gr,291

	Essais acidimétriques.	Théorie. $S^2O^5Cl^2$.	Théorie. SO^3HCl.
BaO..........	0gr,615	0,622	0,574

» Cette quantité de sulfate de baryum correspond à 29,3 pour 100 de soufre. La théorie exige, pour $S^2O^5Cl^2$, 29,77 pour 100 et pour SO^3HCl, 27,46.

» D'après sa température d'ébullition et sa densité de vapeur (4,6, 4,7 à 210°), cette fraction est identique avec celle que j'ai obtenue dans mes expériences antérieures (*Comptes rendus*, p. 1284; 1882) en traitant le chlorure de pyrosulfuryle pur avec une petite quantité d'eau ; elle représente un mélange de chlorure de pyrosulfuryle et de chlorhydrate sulfurique possédant une température minima d'ébullition, et par conséquent indécomposable par la distillation. D'après sa densité de vapeur, ce mélange contient 2 parties du chlorhydrate sulfurique et 7,4 parties du chlorure de pyrosulfuryle, car $\frac{7,4+2}{2} = 4,7$, ce qui répond à 29,3 pour 100 de soufre.

» En distillant ce produit avec une grande quantité d'anhydride phosphorique, on voit que la température d'ébullition s'élève progressivement et atteint 153°, point d'ébullition du chlorure de pyrosulfuryle pur. Environ un tiers du liquide distillait à cette température. La densité de vapeur de la fraction distillant entre 140 à 152° fut trouvée 5,73 (à 210°) et de la partie bouillant entre 152 et 153°, 7,1 (à 210°). On voit que l'anhydride phosphorique et le chlorhydrate sulfurique donnent le chlorure de pyrosulfuryle avec la même température d'ébullition à 153° et avec la densité de vapeur normale.

» II. *Action de l'anhydride sulfurique sur le chlorure de soufre.* — Il est difficile de décomposer totalement le chlorhydrate sulfurique par l'anhydride phosphorique et il est plus avantageux, pour la préparation du chlorure de pyrosulfuryle, d'employer les substances parfaitement anhydres.

» On a chauffé 200gr d'anhydride sulfurique et 55gr de chlorure de soufre [1] dans une cornue et, le dégagement de l'anhydride sulfureux fini, on procéda à la distillation avec un déflegmateur. Les produits obtenus ont été les suivants :

» 1° Au-dessous de 110°;

» 2° De 110° à 146° ($\frac{1}{6}$ du liquide total);

» 3° De 146° à 150° ($\frac{1}{4}$ du liquide total);

» 4° De 150° à 152°,5 (0,4 du liquide total).

» Après la deuxième distillation des fractions 2°, 3° et 4°, on a obtenu les produits :

» 1° De 80° à 143° (15gr, à moitié cristallisé, contenant beaucoup d'anhydride sulfurique);

» 2° De 143° à 150° (3gr,4);

» 3° De 150° à 152° (5gr);

» 4° De 152° à 153° (51gr).

» Le dernier produit, distillé encore une fois, donna pour la densité de vapeur le chiffre 7,2 (à 210°), ce qui répond au chlorure de pyrosulfuryle presque pur. On n'obtient aucune substance bouillant à 140° comme le veut M. Ogier ou, comme le disent MM. Heumann, Köchlin et Billitz [2], une substance bouillant de 145° à 147°.

» Je prie l'Académie de vouloir bien m'excuser de l'avoir entretenue si longtemps d'un sujet qui présente par lui-même un médiocre intérêt, mais qui touche à une démonstration fort importante, celle de la généralité de la loi d'Avogadro. »

---

(1) La formule

$$S^2Cl^2 + 5SO^3 = 5SO^2 + S^2O^5Cl^2$$

demande 163 de SO^3 pour 55 du chlorure de soufre.

(2) *Berliner Berichte*, t. XVI, p. 479.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la différence d'aptitude réactionnelle des corps halogènes dans les éthers haloïdes mixtes.* (Seconde Partie.) Note de M. L. **Henry** (¹).

« On a étudié, dans la précédente Note, l'action de divers réactifs sur le chlorobromure éthylénique. La présente Communication a pour objet le chloro-iodure et le bromo-iodure d'éthylène, qui ont été soumis aux mêmes épreuves avec le chlorobromure, au sein de l'alcool.

» Deuxième système. — *Chloro-iodure d'éthylène* $CH^2Cl - CH^2I$.

» 1° *Azotate d'argent.* — La réaction se passe comme avec le chlorobromure et présente les mêmes phases successives, mais elle est plus aisée et plus rapide. Le résultat en est du chloro-azotate d'éthylène presque exclusivement, et tout d'abord de l'iodonitrate d'argent $Ag^2.I.NO^3$; celui-ci se forme dès la température ordinaire au sein du liquide alcoolique et se convertit, lorsqu'on chauffe longtemps, en iodure d'argent *pur*, terme final de l'opération.

» Les propriétés de l'iodo-azotate d'argent, ainsi obtenu, sont analogues à celles du produit bromé correspondant.

» 2° *Acétate d'argent.* — Molécules égales de chacun des produits; on chauffe au bain d'eau; réaction lente, formation, comme précédemment, de chloro-acétate éthylénique, bouillant à 145°, et d'iodure argentique.

» *Réactifs alcalins.* — Le chloro-iodure d'éthylène réagit sur les composés à métal alcalin moins simplement et moins nettement que le chlorobromure; la réaction commence, à la vérité, par l'iode, avec formation d'iodure alcalin, mais elle se complique après un long temps et quelquefois immédiatement de la séparation d'iode, par suite de la décomposition de l'iodure d'éthylène, lequel est lui-même le résultat de l'action du produit primitif $C^2H^4.ClI$ sur l'iodure alcalin précédemment formé. J'ai constaté par une expérience directe la facilité et la rapidité avec lesquelles le chloro-iodure d'éthylène réagit sur les iodures alcalins, l'iodure de sodium particulièrement, en présence de l'alcool, pour donner de l'iode qui brunit intensitivement la liqueur.

» L'action de la potasse caustique sur $C^2H^4.ClI$ est surtout instructive au point de la vue de la succession de ces actions diverses. La voici :

» 3° *Potasse caustique.* — J'ai fait agir une molécule de potasse caustique

(¹) Voir *Comptes rendus*, séance du 9 avril.

pure sur une de chloro-iodure, le tout dissous dans l'alcool. La réaction ne s'accomplit qu'avec lenteur à froid ; on l'active par un léger échauffement au bain d'eau ; il se dégage du gaz éthylène chloré C^2H^3Cl, et il se dépose un sel insoluble, qui est de l'iodure potassique presque pur.

» Dans une autre opération, où j'ai laissé la réaction se prolonger et s'achever, la liqueur s'est fortement colorée en brun, et un abondant dépôt de sel s'est formé ; celui-ci, débarrassé d'iode par un lavage à l'alcool, était un mélange de chlorure et d'iodure potassiques suivant le rapport $2KI + KCl$. Le rapprochement de ces faits démontre que la réaction initiale est déterminée par l'*iode ;* le chlorure de potassium est un produit secondaire, résultat de l'action du chaînon $-CH^2Cl$ sur l'iodure potassique d'abord formé.

» On peut donc représenter par les équations suivantes les diverses phases de la réaction :

$$3\,\begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ CH^2I \end{matrix} + 3KOH = 3KI + 3\,\begin{matrix} CHCl \\ \| \\ CH^2 \end{matrix} + 3H(OH),$$

$$\begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ CH^2I \end{matrix} + 3KI = 2KI + KCl + \begin{matrix} CH^2I \\ | \\ CH^2I \end{matrix},$$

$$\begin{matrix} CH^2I \\ | \\ CH^2I \end{matrix} = \begin{matrix} CH^2 \\ \| \\ CH^2 \end{matrix} I^2.$$

» D'après cela, la moitié de l'iode du chloro-iodure serait mise en liberté, et cette réaction secondaire se passerait dès que les trois quarts de la potasse caustique auraient réagi pour produire de l'iodure de potassium.

» 4° *Ethylate de sodium.* — Un atome de sodium dissous dans environ douze fois son poids d'alcool anhydre sur une molécule de chloro-iodure éthylénique. J'ai employé en une seule opération 75^{gr} de ce composé et 9^{gr} de sodium. La réaction commence après quelque temps ; il se dégage régulièrement par un léger échauffement du gaz C^2H^3Cl ; la liqueur, d'abord incolore, jaunit, puis à la fin brunit fortement ; l'iodure de sodium étant soluble, ce n'est que vers la fin que l'on remarque un faible dépôt de chlorure sodique. J'ai constaté que le gaz qui se dégage est exempt d'acétylène, mais il est mélangé, ainsi que c'est à prévoir, d'une certaine quantité d'éthylène.

» 5° *Acide azotique.* — L'acide azotique réagit énergiquement sur le chloro-iodure d'éthylène : par un léger échauffement, l'iode est expulsé et

il se dégage abondamment des vapeurs rutilantes :

$$\begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ CH^2I \end{matrix} + HNO^3 = \begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ CH^2(NO^3) \end{matrix} + HI$$

$$2HI + HNO^3 = I^2 + HNO^2 + H^2O.$$

» Le chloronitrate d'éthylène, qui reste d'ailleurs dissous dans l'acide azotique, est oxydé à la longue et transformé en acide monochloro-acétique. Après la séparation mécanique de l'iode, on peut retirer celui-ci, à l'aide de l'éther, du liquide acide, étendu d'eau au préalable.

» Dans les réactions auxquelles j'ai soumis le chloro-iodure d'éthylène, l'iode est donc l'objet d'une *préférence absolue*, exclusive ou presque exclusive du moins dans la réaction initiale.

» Troisième système. — *Brome et iode.* — Le bromo-iodure d'éthylène CH^2Br-CH^2I est moins apte encore que le chloro-iodure à fournir des réactions nettement tranchées, notamment avec les réactifs alcalins; leur action, très aisée d'ailleurs, s'accompagne toujours de la mise en liberté d'une quantité *considérable d'iode;* il en doit être ainsi, le chaînon $-CH^2Br$ réagissant sur l'iodure alcalin, produit de la réaction primordiale, plus énergiquement encore que le chaînon $-CH^2Cl$.

» Voici d'ailleurs les faits :

» I. *Potasse caustique.* — Une molécule de potasse caustique sur une de bromo-iodure, l'un et l'autre dissous dans l'alcool. Un léger échauffement détermine une réaction vive; dégagement d'un gaz d'une odeur alliacée, lequel ne peut-être que de l'éthylène bromé C^2H^3Br, et en même temps précipitation abondante d'un sel alcalin qui était un mélange des deux sels KI et KBr; dans les rapports $(2KI + 3KBr)$ et $(3KI + 2KBr)$.

» La réaction continue à froid et, après quelques heures, la liqueur est devenue d'un brun foncé en même temps qu'il s'y est formé un abondant précipité, beaucoup plus riche en bromure potassique que celui formé tout d'abord.

» II. *Azotate d'argent.* — La réaction s'établit déjà, au sein de l'alcool, dès la température ordinaire; il se forme d'abord un précipité jaune pâle, ce qui semble annoncer la formation de l'iodure argentique; mais bientôt ce précipité se fonce en couleur et devient jaune citrin; c'était donc surtout de l'iodure d'argent.

» 3° *Acide azotique.* — Action plus vive encore que sur le chloro-iodure; départ d'iode et dégagement abondant de vapeurs rutilantes.

» Le produit de cette oxydation est de l'acide *monobromo-acétique* $CH^2Br-CO.OH$ pur.

» 4° *Pentachlorure d'antimoine* $SbCl^5$. — Une molécule de $SbCl^5$ pour *deux* de bromo-iodure : réaction plus énergique encore que sur le bromure éthylénique $C^2H^4Br^2$; séparation abondante d'iode. Le produit est constitué en très grande partie de chlorobromure $C^2H^4.ClBr$, mélangé d'une faible portion de chloro-iodure $C^2H^4.ClI$.

» Il résulte de là que les réactifs à l'action desquels j'ai soumis le bromo-iodure éthylénique manifestent pour l'iode une préférence marquée.

» Si l'on tient compte des faits constatés en ce qui concerne le chlorobromure d'éthylène et le bromo-iodure d'autre part, on est autorisé à conclure qu'au point de vue de l'*aptitude réactionnelle*, la différence est plus considérable entre le *chlore* et le *brome*, qu'entre le brome et l'iode. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur l'essence d'angélique de racines* (Angelica officinalis) (¹). Note de M. L. **Naudin**, présentée par M. Friedel.

« Dans la Note sur l'essence d'angélique de *semences*, que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie en décembre 1882, j'ai annoncé que ce travail serait suivi de l'étude de l'essence tirée des *racines* de la même plante. Voici les résultats de ce travail.

» L'essence de racines, obtenue par distillation à la vapeur d'eau, est un liquide mobile à odeur d'angélique beaucoup moins fine que l'essence de semences. Incolore lorsqu'elle vient d'être distillée, elle jaunit à la lumière. Sa densité à 0° est 0,875. Elle absorbe l'oxygène et se résinifie lentement sans se colorer sensiblement.

» Cette essence, fractionnée à la pression normale, donne, sur 100^{gr} de matière :

1° De 163 à 167	50^{gr}
2° De 167 à 175	25 (2° à 4°)
3° De 175 à 280	
4° De 280 à 330	
5° Une partie semi-liquide distillant difficilement.	

(¹) L'Angélique cultivée a été nommée *Archangelica officinalis* par Hoffmann et *Angelica archangelica* par Linné. Guibourt la décrit sous le nom d'*Angélique officinale*.

» Si l'on veut distiller de nouveau l'une quelconque de ces parties, on remarque que le point d'ébullition le plus haut, obtenu tout d'abord, est très vite dépassé.

» L'ébullition *seule* polymérise donc l'essence. Cependant une action plus intense de la chaleur dédouble ces polymères en produits plus légers non étudiés. On peut se rappeler l'action de la chaleur sur le tétratérébenthène ou sur la résine de térébenthine.

» Pour isoler le corps constituant l'essence, sans le modifier moléculairement, j'ai dû recourir à l'emploi du vide, puis à une rectification dans le vide, sur des traces de sodium.

» On obtient alors, de premier jet, 75 pour 100 d'un corps liquide très mobile, incolore, inaltérable à la lumière, à odeur légèrement poivrée, bouillant à 166° (thermomètre plongeant entièrement dans la vapeur) et répondant à la composition d'un isomère du térébenthène. Sa densité à 0° est de 0,870.

» Ce terpène est dextrogyre. La déviation absolue pour une épaisseur de 200^{mm} est $+5°39'$. Chauffé pendant trente jours à 100°, en tube scellé, il jaunit légèrement, devient moins mobile, et son odeur poivrée s'accentue. La déviation absolue tombe à $+4°1'$. Dans ces conditions de température, il est donc peu altérable, et je dois ajouter que du térébenthène ordinaire, chauffé également à 100° en tube scellé pendant le même temps (trente jours), n'a pas varié de 1' dans ses propriétés optiques. A 160°, ce carbure perd en quelques heures sa fluidité, surtout en présence du sodium.

» Ce terpène fournit un monochlorhydrate liquide sans qu'il y ait précipitation de monochlorhydrate solide, même après deux mois de préparation ou après un abaissement de température de $-20°$ pendant une journée.

» Je propose de nommer ce terpène *β-térébangélène*, pour le distinguer de son isomère, extrait de l'essence de *semences*.

» De ces faits, je conclus que l'essence d'angélique de *racines* est composée d'un seul carbure terpénique, mélangé dans l'essence du commerce avec ses divers polymères, ces derniers ayant pris naissance par l'action seule de la chaleur pendant la distillation des racines à la vapeur d'eau. La quantité de ces corps polymères augmente avec le temps; une essence vieille de deux ans s'épaissit même en vase clos, mais au contact de la lumière.

» Enfin, pour achever d'établir le parallèle, je rappellerai que l'essence

de semences est également composée d'un carbure unique, le *térébangélène*, bouillant à 175°, beaucoup plus altérable par la chaleur que son isomère de l'essence de *racines* (¹).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Quelques effets du climat sur la rapidité de croissance des végétaux*. Note de M. G. Capus, présentée par M. Duchartre.

« On sait que la démarcation des couches ligneuses annuelles successives est plus ou moins accusée suivant l'intensité de croissance déterminée par les changements climatologiques ou autres aux différentes saisons de l'année.

» Dans le Turkestan, où le climat est excessif, le réveil de la végétation est brusque et le développement de la croissance printanière et estivale s'opère avec une vigueur extraordinaire. Nous avons fait dans le jardin botanique de Samarcande, avec M. le général Korolkoff, un certain nombre de mensurations sur la rapidité de croissance de différentes essences d'arbres et d'arbrisseaux indigènes et étrangers. Quelques-uns des résultats sont consignés dans le Tableau suivant.

» Le Peuplier (*Populus alba pyramidalis*) atteint en sept ans une hauteur de 15^m. Le *Broussonetia papyrifera* de deux ans a donné, le 7 juin déjà, une pousse de $1^m,16$ de hauteur; le *Bignonia Catalpa*, obtenu de graines depuis trois ans, a donné, au 7 octobre, une pousse annuelle de 5^m. Un *Robinia pseudo-Acacia* de deux ans porte à la même époque des pousses de 5^m et de 6^m. Un *Gleditschia triacantha* de deuxième année, venu presque sans eau d'irrigation, fournit une pousse de $3^m,10$. L'*Ailantus glandulosa*, en présence de la même pénurie d'eau, pousse, la première année, de $0^m,21$, la deuxième de $0^m,33$, la troisième de $0^m,89$; enfin, avec de l'eau d'irrigation, il arrive la quatrième année à la hauteur de 10^m. Le Laurier-rose donne des pousses annuelles d'environ 3^m. Des greffons de Pommier de l'année avaient atteint, le 3 juin, une hauteur de $0^m,77$ et la greffe libre fournit des pommes dès la deuxième année. Enfin, je citerai le cas d'un *Paulownia* d'un jardin de Tachkent : cet arbre fut gelé pendant l'hiver très dur de 1878-79, puis repoussa par un seul rejeton qu'on avait laissé à sa base. Cette pousse acquit pendant la saison une hauteur de plus de 6^m.

(¹) Ce travail a été fait au laboratoire de Chimie minérale au Collège de France.

Époque de l'observation en 1881.	Nom de la plante.	Age.	Hauteur de la pousse de l'année en mètres.	Hauteur totale de la plante en mètres.	Remarques.
3 juin....	Ailantus glandulosa.	3 ans	0,93	»	Sans eau d'irrigation.
»	»	»	1,20	»	Un peu d'eau.
»	»	»	6,50	»	Pousse maximum observée. Eau d'irrigation.
»	»	»	1,50	3,20	Un peu d'eau.
»	Juglans regia.	»	1,83; 1,15; 1,21	»	»
»	Gleditschia triacantha.	3 »	0,87	3	Un peu d'eau.
»	Robinia pseudo-Acacia.	6 »	»	8	»
7 juin....	Paulownia japonica.	2 »	»	5	Pousse deux fois plus vite en juin et en juillet qu'en mai.
»	Gleditschia horrida.	2 »	»	5,10	»
»	Acer macrophyllum.	2 »	1	2,50	»
»	Liriodendron tulipifera.	»	0,74	1,70	»
»	Sambucus nigra.	»	3 et 4	»	»
»	Ficus Carica.	»	0,77	»	»
»	Tilia euchlora.	»	0,95	»	»
7 octobre..	Robinia pseudo-Acacia.	Semé au mois d'avril de la même année.	»	1,64	»
»	»	»	4 et 5	»	»
»	Gleditschia triacantha.	1 »	»	1,70	Obtenu de graine de la même année.
»	Platanus orientalis.	3 »	3,05	»	Obtenu de bouture.
»	Mimosa, sp.	De graine de l'année.	»	1,50	»
»	Alnus incana.	3 »	3,10	»	»
»	Ligustrum vulgare.	»	2,10	»	»
»	Juniperus virginiana.	4 »	»	1,60	»
»	Paulownia japonica.	3 »	»	9	»
»	Ailantus glandulosa.	3 »	0,89	1,40	N'ont pas reçu d'eau.
»	»	3 »	»	2,27	N'ont pas reçu d'eau.
»	»	2 »	0,42	»	»
»	»	3 »	2,52	»	»

» La cause de ce développement précipité des plantes réside dans la réunion des deux conditions, essentiellement favorables à la croissance intense et rapide : chaleur et humidité. En comparant entre elles les courbes des températures et des précipitations atmosphériques, on voit

que les températures les plus favorables à la végétation du pays, celles du mois d'avril et de mai, coïncident avec l'époque de la plus grande humidité du sol ou la suivent de près. Il y a de la sorte, pour les plantes qui vivent sous le climat des steppes, une périodicité de croissance fortement accusée et qui, représentée par une courbe, aurait ses sommets correspondant aux mois d'avril, mai et juin.

» Le développement en épaisseur des arbres suit les mêmes progressions rapides. On pouvait voir à l'Exposition polytechnique de Moscou une rondelle de *Karagatch* (*Ulmus campestris* L.) de 25 ans, poussé à Tachkent, et une rondelle d'Orme de 400 ans venant de Finlande. La première avait $0^{m},64$ et la seconde $0^{m},30$ de diamètre.

» Certaines espèces, telles que les *Gleditchia triacantha et horrida*, le *Robinia pseudo-Acacia*, l'*Ailantus glandulosa*, etc., semblent s'adapter aisément à ce climat continental. Il est probable que la constitution anatomique de leur bois, comme réservoir d'eau, se rapproche de celle des plantes de la steppe. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *De l'orientation des feuilles par rapport à la lumière.* Note de M. E. **Mer**, présentée par M. Duchartre.

« Relativement à leur orientation par rapport à la source lumineuse, les feuilles peuvent se grouper en deux catégories auxquelles correspondent des différences importantes dans la structure. Les unes s'orientent de manière à recevoir la lumière parallèlement à leur surface. Elles sont *parhéliotropiques*, selon la terminologie de Ch. Darwin, et *c'est précisément parce qu'elles sont éclairées également sur tout leur contour qu'elles ont une structure homogène ou symétrique*. Les autres reçoivent la lumière normalement à leur surface. Elles sont *diahéliotropiques et c'est parce qu'elles sont éclairées inégalement sur les divers points de leur contour qu'elles ont une structure hétérogène ou dissymétrique*. Les premières sont généralement sessiles, filiformes, cylindriques, parfois aussi aplaties et présentant alors deux faces identiques. Les secondes sont munies d'un pétiole et d'un limbe plan, étalé, présentant deux faces différentes. Entre ces types extrêmes il s'en trouve une foule d'intermédiaires, offrant dans leur situation tous les degrés d'obliquité par rapport à l'horizon et dans leur structure autant de variations correspondantes; car, à mesure que diminue cette obliquité, la différence de constitution des deux faces s'accentue. Dans un assez grand nombre d'espèces, ces positions se modifient suivant l'intensité de la lu-

mière. Quand celle-ci devient trop forte, les feuilles normalement diahéliotropiques se placent en parhéliotropisme. L'inverse a lieu dans le cas d'une lumière trop faible.

» La situation des feuilles dans l'espace est déterminée par la combinaison de la pesanteur (apogéotropisme) et de l'action directrice de la lumière (diahéliotropisme ou parhéliotropisme). On le démontre en les soumettant renversées à une lumière unilatérale, quand elles sont encore dans la période de croissance. Elles se redressent en vertu de l'apogéotropisme, mais, en outre, celles de la première catégorie, *s'inclinant vers cette lumière, se placent, sans se retourner, dans sa direction*, tandis que celles de la seconde *se retournent par une torsion plus ou moins prononcée du pétiole, de manière que la face supérieure du limbe se trouve dans un plan perpendiculaire à cette direction*. Il existe donc chez celles-ci une polarité qui fait défaut dans les précédentes.

» Tantôt les forces en question agissent dans le même sens, tantôt elles entrent en antagonisme, et de leur combinaison il peut résulter, pour les feuilles d'un même individu, des orientations et des structures différentes suivant leur situation. C'est ce que montrent les aiguilles d'un individu vigoureux d'*Abies excelsa*, suivant qu'on l'a examiné sur la flèche ou sur les rameaux.

» Dans le premier cas, elles sont sensiblement cylindriques et se dressent presque verticalement par suite de l'apogéotropisme qui, agissant avec d'autant plus d'énergie que la vigueur des organes est plus grande, triomphe de l'action directrice de la lumière. Son intervention est mise directement en évidence par l'observation suivante. Si une flèche douée d'une végétation active se développe renversée, les aiguilles s'écartant d'elle prennent une direction sensiblement horizontale, tandis que sur des rameaux peu vigoureux, placés dans la même situation, les aiguilles demeurent pendantes. Dans le deuxième cas, les aiguilles insérées sur la face supérieure du rameau se distinguent déjà par un léger aplatissement. Elles présentent leur tranche à la lumière pour ne pas se porter mutuellement ombrage, ce qui, en raison de leur grand nombre, arriverait dans toute autre position. A la face inférieure du rameau où leur aplatissement est plus sensible encore, elles s'écartent, de part et d'autre, par une torsion du pétiole pour s'étaler horizontalement en diahéliotropisme, ménageant ainsi entre elles un espace libre ou raie longitudinale. Ce déplacement latéral, plus accentué dans les régions montagneuses où le jour est plus voilé, leur permet de se soustraire à l'ombre du rameau. En même temps elle fait avec ce dernier des angles variables, de manière à se placer au-dessous des espaces restés libres entre les aiguilles des rangées supérieures.

» Les feuilles peuvent donc opérer des mouvements dans le sens horizontal, aussi bien que dans le sens vertical, pour arriver à être éclairées

suffisamment : leur tendance à fuir l'ombre portée par leurs voisines ou les objets environnants doit être considérée comme exerçant une puissante influence sur leur orientation.

» La raie longitudinale n'existe pas dans les rameaux d'*Epicea* dont la végétation languit, ce qui prouve que l'action directrice de la lumière comme celle de la pesanteur n'est manifeste que sur des individus doués d'une vigueur suffisante. Mais, quand celle-ci dépasse une certaine limite, l'apogéotropisme l'emporte : ce qui arrive parfois sur les pousses terminales des verticilles supérieurs. La raie fait alors défaut. Dans les endroits ombragés, où la végétation est peu active, les aiguilles de la flèche s'inclinent vers l'horizon, d'abord parce que la gravitation agit faiblement dans ce cas, ensuite parce qu'elles cèdent à la tendance qu'éprouvent en général les feuilles à se placer en diahéliotropisme, sous l'influence d'une lumière peu intense.

» L'action de la pesanteur, ainsi que celle de la lumière, se fait principalement sentir sur les feuilles à l'époque de leur plus grande croissance. La première disparaît dans celles qui sont adultes, tandis que la seconde persiste quelque temps encore. Sur une branche retournée, les plus jeunes feuilles se redressent en s'orientant avec lenteur, les plus vieilles s'orientent encore, mais ne se redressent presque plus. Il n'en est plus de même pour celles qui ont des faces semblables. Si l'on place horizontalement un rameau vertical d'Épicéa garni de feuilles adultes, ou si l'on redresse un rameau horizontal, la raie n'apparaît pas plus dans le premier cas qu'elle ne disparaît dans le deuxième; les aiguilles sont devenues inertes. L'orientation, accompagnée de polarité, s'éteint donc moins rapidement que l'orientation simple.

» Les feuilles munies de renflements moteurs conservent bien plus longtemps cette faculté. Lorsqu'on place devant une fenêtre des germinations de Haricots, de manière que les deux premières feuilles se trouvent dans un plan perpendiculaire au plan de cette fenêtre, les limbes, même à un âge avancé, s'inclinent vers la lumière, de manière à la recevoir sous une incidence sensiblement normale. Mais, pour cela, ils sont obligés de suivre des directions opposées. Celui qui est le plus rapproché de la fenêtre s'infléchit, en même temps que le pétiole s'éloigne de la tige : l'autre se relève pendant que le pétiole se rapproche de cette tige. La différence de ces mouvements, dont le siège est dans les renflements moteurs, suffirait à prouver que l'apogéotropisme n'y prend aucune part, ou du moins que son influence est complètement effacée par l'action directrice de la lumière.

» Les observations précédentes montrent que certaines parties des

feuilles (le limbe généralement) reçoivent l'impression lumineuse, tandis que d'autres parties (pétioles, renflements moteurs) exécutent les mouvements destinés à placer les premières dans une situation favorable. Le mécanisme de ces mouvements consiste dans une augmentation de croissance ou seulement de turgescence : d'où résultent des courbures et des torsions. Cette division du travail paraît avoir quelque analogie avec celle déjà signalée par Ch. Darwin dans la pointe radiculaire, ainsi que dans l'extrémité cotylédonaire de certaines germinations.

» La présence de la lumière ne paraît pas être toujours indispensable à la manifestation des mouvements qui viennent d'être décrits. Lorsqu'un rameau de Lilas, par exemple, est placé à l'obscurité après avoir été retourné, les feuilles qui le garnissent semblent se redresser et s'orienter à peu près comme elles le feraient au jour. De même, lorsqu'on soustrait à la lumière un bourgeon d'Épicéa en évolution, on voit bientôt se dessiner à la face inférieure du rameau la raie caractéristique. Ce résultat est-il dû à une action *inductive* de la lumière ou à une influence héréditaire? C'est ce que pourront démontrer des expériences ultérieures. »

PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude expérimentale de l'élongation des nerfs.* Note de M. L. **Minor** (¹), présentée par M. Vulpian.

« Les auteurs ne sont pas d'accord sur le mode d'action de l'élongation des nerfs. Les uns attribuent les résultats de cette opération à une action sur les centres nerveux, les autres à une action sur la périphérie des nerfs. Ceux qui admettent une action sur les centres ont émis des avis différents. Pour les uns, il s'agit de la propagation d'un processus dégénératif partant de la périphérie des nerfs pour aller jusqu'aux centres ; d'après les autres, l'effet est tantôt dynamique, tantôt réflexe, tantôt mécanique, comme le pense M. Gussenbauer, qui, en allongeant fortement le sciatique, croit pouvoir secouer le crâne d'un cadavre sans donner le moindre mouvement au tronc, la traction du nerf étant transmise à la tête par la moelle et le bulbe.

» Ceux qui admettent l'action périphérique ne sont pas mieux d'accord.

» Nous voyons deux opinions contradictoires : celle de M. Brown-Séquard, qui dit que l'élongation produit une hyperesthésie, et celle de MM. Quinquaud, Schewing, Marcus, etc., pour lesquels l'élongation produit une anesthésie complète, sans atteindre la motricité.

(¹) Travail du laboratoire de Pathologie expérimentale de la Faculté de Médecine.

» J'ai donc pensé qu'il était intéressant d'étudier la question au moyen de nouvelles expériences sur des chiens, des cobayes et des grenouilles.

» L'élongation produit-elle une modification physiologique dans un seul ordre de fibres nerveuses sans agir sur les autres fibres du nerf, comme le pensent M. Viet et d'autres auteurs? Porte-t-elle ses effets sur le centre nerveux ou sur la périphérie des nerfs?

» Les premières expériences sur des chiens et des cobayes ont montré qu'une élongation forte produit constamment pendant deux ou trois jours une anesthésie presque complète.

» Ce fait établi, j'ai étudié l'état des mouvements dans les parties dont les nerfs avaient été étirés : j'ai d'abord produit des mouvements d'un membre par l'irritation électrique du centre moteur de ce membre, dans l'écorce grise du cerveau, puis j'ai recherché les modifications produites dans ces mouvements aussitôt après une élongation du tronc nerveux du même membre.

» On a pu ainsi voir facilement que l'élongation d'un tronc nerveux mixte affecte en même temps, non seulement les fonctions sensitives du nerf, mais aussi ses fonctions motrices. Avec une anesthésie complète, on a une paralysie complète; à l'anesthésie incomplète correspond seulement une parésie. On observe des résultats semblables sur des grenouilles décapitées, en provoquant chez elles des mouvements réflexes après une forte élongation d'un nerf sciatique.

» Quel est le point précis où se produit l'effet de l'élongation?

» Plusieurs expériences sur des grenouilles, en rapport du reste avec nos expériences sur les animaux à sang chaud, ont absolument démontré que l'action est limitée seulement au point même où l'élongation est faite.

» Supposons un sciatique allongé, en un point déterminé de la cuisse, chez une grenouille décapitée. On excite avec le courant faradique les parties du nerf au-dessous du point allongé et l'on provoque des mouvements étendus du muscle gastrocnémien, mais jamais de mouvement réflexe dans la patte opposée. D'autre part, en excitant le nerf au-dessus de la partie qui a supporté l'effort de l'allongement, on peut produire des mouvements réflexes de la patte de l'autre côté, mais pas de mouvements dans le muscle gastrocnémien du même côté.

» Ainsi, la partie périphérique conserve sa propriété centrifuge, la partie centrale, son pouvoir centripète.

» En d'autres termes, l'élongation produit, dans le point même de l'opération, une interruption de la conductibilité des fibres motrices et des

fibres sensitives. Mais cette interruption n'est pas complète. Il suffit de prendre un courant de force double ou triple, selon le degré de l'élongation, et on obtient des mouvements réflexes du côté opposé à l'allongement ou des mouvements de la partie dont le nerf est étiré.

» D'autres résultats confirment encore ceux qui viennent d'être relatés. On fait une élongation d'un sciatique d'une grenouille qui est ensuite strychnisée : les muscles correspondant au nerf allongé restent flasques, tandis que tout le reste du corps est tétanisé. D'autre part, le tétanos provoqué chez une grenouille par une injection de strychnine disparaît dans le muscle gastrocnémien, si on allonge le nerf sciatique du côté de ce muscle.

» L'examen immédiat, microscopique et macroscopique, ne montre aucune altération dans les racines et dans la moelle épinière, après les élongations les plus fortes chez les chiens, cobayes et grenouilles. L'examen microscopique de la partie allongée montre le tableau vu déjà par plusieurs auteurs, c'est-à-dire parfois de petites hémorrhagies; auprès de beaucoup de tubes absolument normaux, on voit un nombre assez grand de fibres dont la myéline est tantôt déchirée, tantôt en masses globuleuses ou granuleuses qui se colorent fortement par l'acide osmique. Il ne m'a pas été possible de reconnaître si le *cylinder-axis* peut être rompu par l'élongation.

On peut résumer ainsi les effets de l'élongation d'un nerf :

» 1° L'action est limitée au point qui supporte l'élongation;

» 2° Il y a là interruption de la conductibilité du nerf dans le sens centrifuge et dans le sens centripète;

» 3° Cette interruption peut être complète ou incomplète selon la force de l'élongation;

» 4° Celle-ci détruit en partie les nerfs affectés.

» Les modifications histologiques consécutives à une élongation forte d'un nerf, étudiées six semaines après l'opération, montrent de la manière la plus précise que l'élongation produit une dégénération considérable dans la portion située au-dessous de la partie allongée du nerf et dans la région allongée elle-même. La lésion est très peu prononcée au-dessus et elle disparaît à une distance peu éloignée du point étiré. Les racines, la moelle sont absolument intactes.

» Dans les parties malades, il y a quelques fibres normales, d'autres en état de régénération; on y trouve encore une augmentation du tissu con-

jonctif, surtout dans la partie allongée, avec un grand nombre de vaisseaux.

» L'examen des muscles correspondant au tronc allongé n'a montré aucune trace de dégénération. La dégénération incomplète d'un tronc nerveux peut donc ne pas provoquer une dégénération des muscles.

» Tous ces faits confirment l'opinion de MM. Verneuil, J.-L. Prévost, etc., et montrent que l'élongation d'un nerf est une opération purement locale, une sorte de section incomplète d'un nerf. Les effets de cette opération sont variables suivant l'énergie plus ou moins grande de l'élongation. Il est possible que l'on arrive à trouver le moyen de doser cette énergie et à donner ainsi à l'élongation des nerfs une place déterminée parmi les autres méthodes de traitement des maladies du système nerveux. »

PHYSIOLOGIE. — *Études expérimentales sur l'action physiologique de l'iodoforme* (¹). Note de M. **Rummo**, présentée par M. Vulpian.

« Malgré les remarquables travaux de MM. Bouchardat, Righini, Franchini, Maître et Scalzi, l'action physiologique de l'iodoforme n'est pas encore bien connue; d'autant plus que les recherches récentes de MM. Floucaud, Kendrick, Binz, Möller ont jeté des doutes sur la réalité de quelques phénomènes observés par les premiers auteurs. Avec des doses variées et en faisant absorber le médicament par plusieurs voies, j'ai pu voir des phénomènes dont quelques-uns sont connus, mais dont la plupart n'ont pas encore été observés. Voici les résultats de cette étude, poursuivie sur plus de soixante animaux, batraciens (grenouilles) et mammifères (cobayes, lapins et chiens).

» I. *Action sur la circulation et la respiration.* — 1° Chez la grenouille, j'ai étudié les mouvements du cœur au moyen de la pince cardiographique de M. Marey. Après l'introduction sous la peau d'une patte postérieure de $0^{gr},02$ d'iodoforme, le nombre des contractions du ventricule cardiaque diminuait progressivement, de sorte qu'il était de quatre par minute au bout de deux heures au lieu de quarante-quatre comme au début de l'expérience. Remarquons que ces modifications surviennent avant tout autre trouble fonctionnel. Si la dose du médicament est double, les battements tombent, dans l'espace de dix minutes, de quarante à onze par minute. L'énergie des

(¹) Travail du Laboratoire de Pathologie expérimentale à la Faculté de Médecine.

systoles ventriculaires augmente manifestement et celles-ci sont toujours régulières et amples. Parmi les autres modifications que présente chaque révolution cardiaque, il faut noter l'absence du crochet qui se produit dans l'état normal au sommet de la ligne verticale systolique, la légère ascension du plateau, la durée un peu plus longue de la systole ventriculaire, enfin et surtout la lenteur avec laquelle s'opère le relâchement diastolique, lenteur telle que la révolution du cœur inscrite au bout de deux heures rappelle les tracés cardiaques de la vératrine.

» Après trois ou quatre heures et plus, le cœur s'arrête distendu en diastole. A ce moment, l'application d'un courant continu avec la pince de Pulvermacher provoque encore une contraction ventriculaire, suivie de plusieurs révolutions spontanées semblables à celles des derniers tracés. Au moment où les oreillettes remplissent le ventricule, on distingue nettement la partie droite de ce ventricule qui est noire, et le côté gauche qui est rouge. Il est à noter que l'action de l'atropine ne modifie presque en rien les effets de l'iodoforme.

» Si le cœur est excisé au moment de son extrême ralentissement, il se remet à battre à peu près comme à l'état normal. Au début de l'absorption de l'iodoforme, il se produit une dilatation des capillaires de la membrane interdigitale, dilatation à laquelle succède une contraction. Avec de très petites doses d'iodoforme le cœur est modifié, mais les mouvements respiratoires restent presque normaux. Pour les fortes doses, on voit une accélération, puis un ralentissement, enfin l'arrêt de la respiration.

» 2° Chez le chien, l'action de l'iodoforme sur la circulation et la respiration a été constatée avec l'hémodynamomètre à mercure, après ingestion stomacale. Avec $0^{gr},30$ ou 1^{gr}, j'ai pu observer un ralentissement des mouvements du cœur jusqu'à la moitié du chiffre normal, sans diminution de l'énergie et sans irrégularité des contractions de cet organe; il y a une légère augmentation du nombre des mouvements respiratoires et de la tension artérielle. Avec 2^{gr}, 4^{gr} et au delà, on obtient une diminution progressive du nombre des battements du cœur avec affaiblissement de la pression intracarotidienne de $0^{m},10$ environ; au bout de quatre à cinq heures, on note le retour graduel de la tension à l'état normal, suivi d'une augmentation de $0^{m},03$ environ. Le nombre des mouvements respiratoires augmente peu à peu en présentant quelques irrégularités. Cependant on observe, par moment, des périodes correspondant à des accès convulsifs, dont la durée varie entre une et deux minutes et pendant lesquelles le pouls s'accélère, la pression monte, puis le pouls se ralentit, la pression

tombe et tout rentre dans l'ordre. Lorsque le cœur n'est plus en communication avec le système nerveux central par l'intermédiaire des nerfs vagues, l'iodoforme n'a plus d'action notable sur cet organe.

II. *Action sur la température.* — Les doses moyennes élèvent la température de 1° à 2°. Les doses très fortes produisent une élévation transitoire, puis un abaissement de 4° à 5°, malgré le tétanos.

III. *Action sur le système nerveux.* — Chez la grenouille, l'iodoforme introduit sous la peau d'une patte postérieure produit les phénomènes suivants :

Anesthésie locale, affaiblissement général, diminution de l'excitabilité nerveuse, musculaire, et des réflexes, surtout dans le membre injecté. La moelle et le bout périphérique du sciatique sont excitables. Ensuite : rigidité générale, qui continue après la section de la moelle cervicale. Si l'on coupe tous les nerfs des membres postérieurs, la contracture continue dans le membre injecté et cesse, à peu près, dans l'autre. L'animal meurt dans un état de rigidité complète.

» Chez les mammifères, les troubles nerveux généraux ont lieu quand on injecte l'iodoforme dans l'estomac ou dans le péritoine, et après les inhalations prolongées avec un appareil approprié. Si l'on met l'iodoforme sous la peau, la substance, à cause de sa faible solubilité, ne détermine que de l'anesthésie locale et très peu de phénomènes généraux. Si l'on donne par la voie stomacale à un chien vigoureux 3^{gr} d'iodoforme et davantage, on note le tableau suivant :

Première période. — Sommeil profond; tendance à fuir la lumière et les bruits, à se cacher dans un coin (ces phénomènes sont très peu marqués chez le lapin et le cobaye); faiblesse générale, anesthésie générale peu intense, marche ébrieuse, réflexes cutanés et tendineux peu diminués; pupilles rétrécies d'abord, mais réagissant à la lumière. Dans cette période, l'excitabilité de la région corticale dite motrice du cerveau s'affaiblit.

Deuxième période. — Paraplégie spasmodique : les deux membres antérieurs sont contracturés, l'animal croise les pattes l'une par-dessus l'autre; les membres postérieurs sont étalés en dehors de manière à élargir la base de sustentation; tremblement à la suite des mouvements intentionnels; exagération des réflexes tendineux; trépidation; sensibilité peu modifiée; conservation de l'intelligence, pupille un peu dilatée, érection permanente du pénis avec œdème du prépuce. Plus tard, tendance à reculer, à tourner dans un petit espace.

Troisième période. — Cris répétés; contractions tétaniformes intenses et générales; excitabilité réflexe augmentée; quelques convulsions cloniques; tendance à la rotation; respiration difficile; pupilles dilatées. La mort survient dans un accès convulsif violent, malgré la respiration artificielle. La section transversale de la moelle cervicale n'a pas d'influence sur les convulsions.

» IV. *Troubles gastro-intestinaux, sécrétoires et nutritifs.* — Les fortes doses

produisent des nausées, des vomissements, des selles dysentériques. Si la dose n'est pas mortelle, il y a hébétude, marasme et tous les phénomènes les plus avancés de l'iodisme. L'iodoforme passe dans les urines à l'état d'iodure, d'iodate et d'acide iodhydrique : on le trouve dans tous les organes et toutes les humeurs en grande quantité, même dans l'humeur vitrée. J'ai trouvé l'iodoforme dans l'air expiré, jamais dans l'urine. Les fortes doses donnent l'albuminurie, l'hématurie, qui arrêtent aussitôt l'élimination iodique. Il y a diminution des globules rouges du sang, qui *deviennent framboisés;* dégénération graisseuse de tous les organes, surtout du foie et du cœur; glomérulo-néphrite; hyperémie intense de l'axe cérébro-spinal, surtout de la substance grise avec altération des cellules nerveuses; hyperémie du duodénum pour les doses moyennes, de tout l'intestin pour les fortes doses; hyperémie et emphysème pulmonaire; ecchymoses des piliers du ventricule gauche et de la rate.

V. *Action antiseptique.* — L'iodoforme en nature n'arrête pas le développement des bactéries en voie de pullulation dans les liquides putrides; mais il est plus puissant pour s'opposer à leur génèse. L'iodoforme dissous dans l'huile de térébenthine tue, au contraire, les bactéries en pleine prolifération. »

PHYSIOLOGIE. — *Nouvelles recherches expérimentales sur l'action physiologique de la vératrine.* Note de MM. **Pécholier** et **Redier**.

« Afin de préciser l'action physiologique de la vératrine, nous avons entrepris sur les grenouilles, les lapins et les chiens des expériences dont nous résumons les conclusions.

» I. *Action locale.* — Effet topique irritant sur la peau et les muqueuses, qui augmente encore sur le derme dénudé.

» II. *Action sur le tube digestif.* — Vomissements abondants et selles copieuses. La vératrine est donc un éméto-cathartique puissant.

» III. *Action sur les sécrétions.* — Supersécrétion du mucus nasal, sialorrhée, diurèse ordinaire, rarement diaphorèse.

» IV. *Action sur la circulation.* — 1° Accélération primitive due en grande partie aux efforts de vomissement; 2° ralentissement secondaire pouvant même arriver au collapsus. — Arrêt des cœurs lymphatiques avant celui du cœur sanguin (grenouilles). Arrêt de celui-ci en diastole. Altération du sang.

» V. *Action sur la respiration.* — 1° Accélération primitive; 2° ralentissement secondaire. Difficulté et gêne de la respiration.

» VI. *Action sur la température.* — Abaissement nettement précisé par le thermomètre.

» VII. *Action sur le système musculaire.* — 1° Excitation primitive plus ou moins courte, suivant l'intensité de la dose, contractures apparentes; 2° affaissement et paralysie ultérieurs. Opposition formelle, malgré l'opinion de beaucoup d'auteurs, avec l'action de la strychnine; 3° parésie complète et collapsus.

» VIII. *Action sur le système nerveux.* — 1° *Motricité nerveuse,* non influencée; c'est le contact du sang vératriné sur la fibre musculaire et non l'action du nerf moteur impressionné par la vératrine qui détermine l'excitation primitive du muscle. Cette substance, malgré le dire de Kœlliker, n'agit pas directement sur la moelle.

» 2° *Sensibilité:* à l'action irritante topique déjà signalée succèdent bientôt l'anesthésie et l'analgésie.

» 3° *Fonctions intellectuelles :* intelligence conservée. »

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *La synthèse des cieux et de la terre.*
Note de M. Moigno. (Extrait.)

« L'*éther,* qui remplit les espaces célestes et pénètre tous les corps de la nature, qui est pour la lumière ce que l'air est au son ; l'éther, premier sujet de la création, qui a surgi au *fiat lux,* est le principe à la fois de la matière et de la force, c'est-à-dire le premier et le principal agent de tous les phénomènes de la nature.

» Cet éther est constitué par des atomes simples, sans volume, inertes en eux-mêmes, animés de mouvements vibratoires.

» Tous les corps de la nature sont formés d'éléments ou molécules qui sont leur substance, avec matière et forme. Ces molécules ou éléments sont des groupes d'atomes d'éther, en nombre défini, et distribués symétriquement sous forme polyédrique.

» Un premier groupe d'atomes d'éther constitue l'hydrogène, première substance ou molécule de la création.

» Tous les autres éléments communs à la terre et aux cieux, auxquels nous donnons le nom de *corps simples,* sont formés de molécules d'hydrogène en nombre déterminé et ayant leur distribution propre ou essentielle.

» La molécule de chaque corps simple est donc un multiple de la mo-

lécule d'hydrogène, et de plus ces nombres de molécules sont les nombres harmoniques de la gamme naturelle, n'admettant comme facteurs que les nombres 2, 3, 5, et dans lesquels 2 peut être cinq fois, 3 trois fois et 5 deux fois facteur.

» La loi de Prout est donc une loi de la nature. En effet, les nombres qu'elle donne pour les poids moléculaires des corps simples coïncident si souvent avec les nombres déduits de l'expérience et de l'observation, et s'en rapprochent assez dans tous les cas pour que, dans les principes d'une saine philosophie, on soit pleinement autorisé à attribuer les différences à des erreurs d'observation causées par la presque impossibilité d'obtenir les corps simples à l'état de pureté absolue.

» La loi de Prout forcément acceptée, la loi des équivalents, la loi des proportions multiples, la loi de Dulong et Petit, la loi de Faraday, les lois de la Thermochimie ont leur raison d'être nécessaire et suffisante et deviennent à leur tour des lois de la nature.

» De même que la matière des mondes représentée par les éléments premiers des corps a son principe dans l'éther, toutes les forces vives de la nature, à leur tour, ont leur raison d'être dans la force vive née du mouvement vibratoire des atomes de l'éther ou sont essentiellement les effets divers des ondulations de ce milieu éminemment rare, mais aussi éminemment élastique.

» L'attraction universelle, la première des forces naturelles, est l'effet direct des impulsions de l'éther, impulsion nécessairement modifiée ou influencée par l'interposition de ces corps les uns entre les autres, comme Lesage, de Genève, l'a établi le premier. Les calculs établis sur cette base fondamentale conduisent, en effet, à la loi de la gravitation universelle, en raison directe des masses et en raison inverse du carré des distances, comme première approximation ou premier terme d'une série indéfinie; tout le monde admet, en effet, que la loi de Newton n'est elle-même qu'une première approximation.

» L'attraction universelle est la seule force qui a sa cause nécessaire et suffisante dans les seules vibrations de l'éther; toutes les autres, l'affinité, la chaleur, la lumière, l'électricité, le magnétisme, etc., ont leur double raison d'être dans les vibrations de l'éther, modifiées, spécifiées par la réaction et l'action des atomes et des molécules des corps.

» Je n'entrerai pas aujourd'hui dans plus de détails, je ne définirai pas, je ne spécifierai pas, je ne classerai pas ces forces diverses. Qu'il me soit permis seulement de dire où j'ai trouvé, non pas l'idée première, déjà bien

vieille pour moi, mais la confirmation inespérée et vraiment admirable de cette synthèse, si simple et si vraie, du monde et des mondes.

» Saint Pierre nous apprend que les cieux et la terre ont été formés, les cieux de l'eau, la terre de l'eau et par l'eau devenue consistante. Saint Clément, son disciple et son second successeur, déclare, dans ses *Recognitiones*, que le prince des apôtres insistait surtout sur cette distinction essentielle : *les cieux formés de l'eau, la terre formée de l'eau et par l'eau.*

» Les cieux et la terre formés de l'eau ne peuvent évidemment signifier pour nous autre chose que ce que j'affirmais tout à l'heure : que les éléments des corps simples, identiquement les mêmes dans tous les globes qui peuplent les cieux, sont constitués, comme nous le disions tout à l'heure, par l'hydrogène de l'eau.

» La terre formée de l'eau et par l'eau exprimerait en outre la formation aqueuse ou neptunienne de la terre presque universellement admise aujourd'hui, surtout depuis les innombrables sondages des mers profondes par M. le Dr Carpenter. »

MM. P. **Hélot** et **Trouvé** adressent à l'Académie, par l'entremise de M. Bouley, la description d'un appareil d'éclairage médical auquel ils donnent le nom de *photophore électrique frontal*. (Extrait.)

« Cet appareil se compose d'une lampe à incandescence dans le vide, comprise dans un cylindre métallique entre un réflecteur et une lentille convergente.

» Cet appareil, très léger, s'applique sur le front et fournit une lumière très intense dont on peut faire varier le champ par un léger déplacement de la lentille. La source d'électricité est une pile à bichromate de potasse. Cet éclairage peut trouver son application pour illuminer les cavités naturelles ou un champ opératoire profondément situé. »

M. **Zenger** transmet à l'Académie plusieurs tableaux d'observations météorologiques, dans lesquels il s'efforce d'établir un parallélisme entre plusieurs groupes de phénomènes : pressions barométriques, orages, inondations, mouvements séismiques, météorites, comètes et données héliophotographiques.

M. **Page** informe l'Académie qu'il a eu l'occasion d'observer dans la

Bresse une altération du lait semblable à celle que M. Reiset a décrite sous le nom de *lait bleu*. L'auteur attribue cette altération, non à un mycoderme, mais à un vibrion.

M. Cabanellas adresse une Note intitulée : « Premières expériences de la Marine sur les machines Gramme à lumière, pour la défense des lignes de torpilles de Cherbourg ».

M. J. Dupire adresse une Note portant pour titre : « Méthode nouvelle et inédite déterminant l'élévation angulaire du Soleil méridien sous toutes les latitudes ».

M. V. Prou demande et obtient l'autorisation de retirer du Secrétariat un Mémoire qu'il avait présenté pour le concours du prix de Mécanique.

A 5 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures trois quarts. D.

ERRATA.

(Séance du 22 janvier 1883.)

Page 223, *lignes* 22, 23, 24, 25, *au lieu de* envoyé dans l'espace par le système agissant. On sait que la diminution de ce flux exprime le travail des actions qui solliciteraient un courant linéaire fermé, mobile dans un champ de force donné, si ces actions conservaient,.... *lisez*, envoyé, par le système agissant, sur la face négative du feuillet magnétique équivalent à un courant linéaire fermé. Lorsque l'intensité de celui-ci demeure égale à l'unité, et le système agissant fixe et permanent, on sait que la variation de ce flux exprime le travail virtuel des actions qui solliciteraient la ligne du courant, supposée mobile, si elles conservaient,....

Page 224, *ligne* 18, *au lieu de* substituée, *lisez* substitué.

(Séance du 9 avril 1883.)

Page 1020, ligne 24, *effacez les mots* i variant de 1 à l'infini.

Page 1021, ligne 20, *au lieu de* $2a$ (si n est impair), *lisez* $\frac{an-1}{2}$ (si, etc.)

Page 1021, *la deuxième note doit être conçue en ces termes :* Les périodes contenant un nombre impair de termes sont des cas *numériques* isolés. Par exemple, dans la famille $E = \overline{bn}^2 + 5n$, les périodes ont en général $2K + 8$ termes. $6^2 + 5$, qui n'en a que trois, fait une exception.

Page 1022, ligne 19, l'avant-dernier terme de la période, $2K$, a été omis.

» ligne 1 de la note, *au lieu de* $2x + 8$ termes, *lisez* $4x + 8$ termes.